Demonstrationsmethode der anomalen Dispersion

sowie Konstruktion und Verwendung eines Apparates zur Messung kleiner Ablenkungen.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät der Universität Marburg

vorgelegt von

Robert Scheld
aus Cassel.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Marburg i. H.
Chr. Schaaf, Spezialdruckerei für Dissertationen
1913.

Von der Philosophischen Fakultät als Dissertation angenommen
am 7. Juni 1913.

Referenten: Prof. Dr. F. Richarz und Prof. Dr. W. Feußner.

Meinen lieben Eltern

in Dankbarkeit gewidmet.

Inhaltsübersicht.

A. Einleitung. Formel für die Verbreiterung eines Strahlenbündels bei der Reflexion an einem Cylinderspiegel und Formulierung der Aufgabe . . . . . Seite 7

B. Demonstrationsmethode der anomalen Dispersion . „ 10
1. Versuche von F. Kohlrausch . . . . . „ 10
2. Eigene Versuche . . . . . „ 10
3. Endgültige Versuchsanordnung . . . . . „ 12

C. Versuche zur Verwendung des Cylinderspiegels für Messungen . . . . . „ 18

D. Konstruktion des eigenen Apparates . . . . . „ 21

I. Prinzip des Apparates . . . . . „ 21

II. Bau der einzelnen Teile . . . . . „ 25
1. Die Hauptdrehaxe . . . . . „ 25
2. Der „Cylinderspiegel“ . . . . . „ 25
3. Der Kollimatorarm . . . . . „ 28
4. Der Hauptarm . . . . . „ 28
5. Das Prismentischchen und Prisma . . . . . „ 31
6. Der Teilkreis . . . . . „ 31
7. Das Fernrohr . . . . . „ 32

III. Justierung des Apparates . . . . . „ 35
1. Justierung des „Cylinderspiegels“ . . . . . „ 35
2. Parallelstellen der drei Drehaxen . . . . . „ 38
3. Justierung des Hauptarmes . . . . . „ 41

E. Messungen mit dem Apparat . . . . . „ 45

I. Bestimmung der Apparatkonstanten . . . . . „ 45

II. Messung beliebiger kleiner Drehungen des Hauptarmes „ 47

III. Messung kleiner Brechungsexponenten . . . . . „ 49

1. Ableitung der Formel für die Brechungsexponenten „ 49

2. Bestimmung des brechenden Winkels des Prismas „ 51

3. Bestimmung der Ablenkung durch den mit Alkohol gefüllten Trog und das Prisma . . . . . „ 52

4. Bestimmung des Brechungsexponenten der XI. und XII. verdünnten Lösung Siebens von Fuchsin in Alkohol und Vergleich mit Siebens Resultaten . „ 55

IV. Fehlerrechnung . . . . . „ 59

F. Schlußbetrachtung . . . . . „ 61

A. Einleitung.

Friedrich Kohlrausch hat im Jahre 1871 in einer kleinen Abhandlung[1]) auf ein einfaches Mittel aufmerksam gemacht, die Ablenkung oder Zerstreuung eines Lichtstrahles bezw. eines schmalen Lichtbündels zu vergrößern. Er hat dabei besonders im Auge, die schmalen Spektren der spitzen Hohlprismen zu verbreitern, welche man bei Beobachtung der anomalen Dispersion von Lösungen metallisch reflektierender Körper wegen ihrer starken Lichtabsorption anwenden muß. Dies Mittel besteht darin, daß man das Lichtbündel auf einen cylindrischen Konvexspiegel auffallen läßt. Fig. 1 möge die Wirkung des Cylinderspiegels auf ein schmales Parallelstrahlenbündel erläutern; die Zeichenebene liege horizontal, die Axe des Cylinderspiegels stehe vertikal. Läßt man auf den Cylinderspiegel S vom Radius r ein Parallelstrahlenbündel von der Breite $AD = b$ auffallen und ist der Auffallswinkel der äußersten Strahlen φ_1 bezw. φ_3, so ist der des Mittelstrahles $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2}$ unter der Voraussetzung, daß b gegen r klein ist und somit der Bogen AB = der Sehne AB gesetzt werden kann.

Nun ist $\sphericalangle DAB = \sphericalangle \varphi_2$, daher ist $AB = \frac{AD}{\cos \varphi_2} = \frac{b}{\cos \varphi_2}$.

Ferner ist Öffnung $AOB = \frac{AB}{r} = \frac{b}{r \cdot \cos \varphi_2}$.

1) Pogg. Ann. 143 S. 147 ff., 1871, oder: Gesammelte Abhdl. von F. Kohlrausch I S. 296—98, 1910.

Aus $\triangle AOG$ ergibt sich: $\sphericalangle AOG = AOB = \varphi_3 - \varphi_1$.

Aus $\triangle ACF$ ergibt sich: $\sphericalangle ACF = 2\varphi_3 - 2\varphi_1$.

Folglich ist Öffnung $ACF = 2 \times$ Öffnung $AOB = \frac{2b}{r \cdot \cos \varphi_2}$.

Für ein schwach divergentes, den Cylinderspiegel treffendes Lichtbündel, in welches ein weißer Lichtstrahl etwa durch ein sehr spitzes Prisma zerlegt wird, gilt folgende aus Fig. 2 sich ergebende Entwicklung.

Ist m der Unterschied der Brechungsverhältnisse des am stärksten nnd des am schwächsten gebrochenen Strahles und a der brechende Winkel des sehr spitzen Prismas, so ist die Öffnung ω_1 des durch das Prisma zerstreuten Lichtes: $\omega_1 = m \cdot a$; denn, wenn wir n den Brechungsexponenten und D den Ablenkungswinkel für eine Farbe nennen, so folgt aus

$$n = \frac{\sin \frac{a+D}{2}}{\sin \frac{a}{2}} = \frac{a+D}{a}$$ (wegen der sehr kleinen Winkel):

$\delta D = a \cdot \delta n$, worin ja $\delta n = m$ und δD gleich der Öffnung ω_1 des zerstreuten Lichtes ist. Ist nun $A_1 = AP$ der Abstand des Prismas von dem Cylinderspiegel am Inzidenzpunkte der Strahlen, so ist die Breite AD des Bündels am Inzidenzpunkte $= A_1 \omega_1 = A_1 \cdot a \cdot m$.

Wie oben können wir wieder unter der Voraussetzung, daß AD klein gegen den Radius des Cylinderspiegels ist, den Bogen $AB = \frac{AD}{\cos \varphi_2} = \frac{A_1 \omega_1}{\cos \varphi_2}$ setzen, unter φ_2 wieder den mittleren Auffallswinkel der Strahlen verstanden. Folglich ist

$$\sphericalangle AOB = \omega = \frac{A_1 \omega_1}{r \cdot \cos \varphi_2}.$$

Aus $\triangle APE$ folgt $\sphericalangle \gamma = 2\varphi_1 + \omega_1$, ebenso aus $\triangle AOH$: $\sphericalangle \beta = \omega - \varphi_1$ und somit, da nach $\triangle EBH$ $\varphi_3 = \gamma + \beta$ ist: $\omega_2 = 2\varphi_3 - \gamma = 2\gamma + 2\beta - \gamma = \gamma + 2\beta = 2\varphi_1 + \omega_1 + 2\omega - 2\varphi_1 = 2\omega + \omega_1$.

Obiger Wert für ω eingesetzt, ergibt: $\omega_2 = \left(\frac{2A_1}{r \cdot \cos \varphi_2} + 1\right) \omega_1$.

Ist nun A_1 gegen r sehr groß, d. h. steht der Cylinderspiegel mit kleinem Radius weit vom zerstreuenden Prisma entfernt, so darf die 1 gegen $\frac{2A_1}{r \cos \varphi_2}$ vernachlässigt werden, und wir haben:

(Formel I) $$\omega_2 = \frac{2A_1\omega_1}{r \cdot \cos \varphi_2} = \frac{2A_1 \cdot m \cdot a}{r \cdot \cos \varphi_2}.$$

Diese Formel gibt Kohlrausch[1]) an, doch bezeichnet er φ_2 mit φ und A_1 mit A.

Wie man aus der Formel ersieht, ist die Zerstreuung ω_2 des Lichtbündels mit der Öffnung ω_1 umso größer, je kleiner cet. par. der Radius des Cylinderspiegels ist und je größer der Winkel φ_2 ist, d. h. je näher dem Rande des Spiegels zu die Strahlen auffallen.

Meine Aufgabe bestand nun darin, eine Methode auszuarbeiten, um mit Hilfe eines solchen Cylinderspiegels schmale Spektren zu verbreitern und speziell so die anomale Dispersion von Lösungen metallisch reflektierender Substanzen zu demonstrieren. Weiterhin war eine Methode auszuarbeiten, um die Vergrößerung kleiner Ablenkungen durch einen Cylinderspiegel auch messend verfolgen zu können.

---

1) l. c.

B) Demonstrationsmethode der anomalen Dispersion.

1. Versuche von F. Kohlrausch.

Kohlrausch selbst hat ein innen versilbertes Reagensglas als Cylinderspiegel benutzt und damit Versuche angestellt[1]) zur Beobachtung der anomalen Dispersion einer konzentrierten Lösung von Cyanin in Alkohol, mit welcher er ein Hohlprisma von 6^0—7^0 brechendem Winkel füllte. Er verwendete Sonnenlicht und fing das Spektrum nach Reflexion der Lichtstrahlen an dem Cylinderspiegel auf einem seitlich davon aufgestellten Schirm auf. Das Spektrum ließ „deutlich eine Anomalie der Dispersion erkennen".

2. Eigene Vorversuche.

Ehe ich dazu übergehe, die endgültige Versuchsanordnung, die ich zur Demonstration der anomalen Dispersion traf, zu beschreiben, will ich erst Einiges über Vorversuche und dabei gemachte Erfahrungen berichten.

Da die Lösungen der anomal dispergierenden Substanzen mit Oberflächenfarben wegen der starken auswählenden Absorption, welche sie auf einen oder auch mehrere Bezirke der sichtbaren Spektralfarben ausüben, bekanntlich sehr intensiv gefärbt sind und die Absorption sich von der am stärksten absorbierten Wellenlänge aus noch mehr oder weniger weit auf die benachbarten Wellenlängen ausdehnt, so ist vor allem bei Beobachtung anomaler Spektren eine starke Lichtquelle erforderlich. Ich

1) l. c.

verwendete eine elektrische Bogenlampe. Als anomal dispergierendes Medium benutzte ich zunächst wie Kohlrausch eine konzentrierte alkoholische Lösung von Cyanin, welches zur Demonstration der anomalen Dispersion wohl am geeignetsten ist[1]). Eine solche Lösung absorbiert den größten Teil des gelben und einen Teil des grünen Spektralbereiches[2]). Das mit der Lösung gefüllte, von mir hergestellte Hohlprisma, dessen vom Licht durchsetzte Seitenflächen aus Spiegelglas bestanden, war mit Hausenblase geleimt und hatte einen brechenden Winkel von etwa 10°. Zur Erhöhung der Anomalie des damit erzeugten Spektrums wurde ein Kunstgriff angewandt, den schon Soret[3]) vorgeschlagen und ausgeführt hat und welcher darin besteht, daß das mit der Lösung gefüllte Hohlprisma in einen planparallelen Trog, gefüllt mit dem Lösungsmittel, gestellt und so in den Gang der Lichtstrahlen gebracht wird. Da nämlich die Dispersionseigenschaften der Lösung abhängen von denen des in der Lösung befindlichen normal dispergierenden Alkohols und denen des anomal dispergierenden Cyanins, so ist ersichtlich, daß bei Zuhilfenahme des Soret'schen Plantroges die normale Dispersion, bewirkt durch den in der Lösung befindlichen Alkohol, durch die entgegengesetzt wirkende normale Dispersion, welche der im Plantrog enthaltene Alkohol hervorruft, kompensiert wird und die durch das Cyanin bewirkte Anomalie der Dispersion sich überwiegend geltend macht.

Die übrige Versuchsanordnung war zunächst ähnlich wie die von Kohlrausch getroffene, indem von einem mit der Bogenlampe beleuchteten Spalte durch eine Linse von 20 cm Brennweite ein Spaltbild entworfen wurde. An der Stelle dieses Bildes wurde dann ein geschliffener, versilberter Glascylinder von 0,9 cm Durchmesser und 4 cm Höhe, bezogen von der Firma Rodenstock in München, eingeschoben, sodaß auf einem seitlich vom Spiegel aufgestellten weißen Schirm ein verbreitertes Bild des Spaltes entstand. Um ein möglichst reines Bild zu

---

1) Kundt, Pogg. Ann. 142, S. 169. 1871.

2) Katz, G. J., Verschiebung der Absorptionsstreifen in verschiedenen Lösungsmitteln. Dissertation. Erlangen 1898.

3) Soret, Pogg. Ann. 143, S. 325 ff. 1871.

erhalten, ließ ich das Licht möglichst nach der Mitte des Spiegels zu auffallen, da sich am Rande naturgemäß die Aberrationserscheinung, wie sie der sphärischen Aberration bei Kugelspiegeln entspricht, geltend macht. Hinter der Linse wurde dann das in dem Alkoholtrog stehende, mit Cyaninlösung gefüllte Hohlprisma eingeschoben. Das aus einem blauen und einem roten Streifen bestehende Spektrum ließ zwar die anomale Dispersion deutlich erkennen, indem der rote Streifen stärker gebrochen war als der blaue, doch fielen beide noch z. T. übereinander. Ebenso waren die Farben grün und violett, aus denen der blaue Streifen außer blau selbst noch bestand, wovon ich mich durch spektrale Zerlegung des blauen Streifens mittels eines Glasprismas überzeugte, nicht einzeln wahrnehmbar, da sie mit blau fast zusammenfielen. Der Spalt war dabei natürlich möglichst eng gemacht.

Um daher eine größere Dispersion des Spektrums zu erreichen, nahm ich das Hohlprisma auseinander, kittete die einzelnen Teile nach Anschleifen entsprechender Flächen an der brechenden Kante wieder zu einem Prisma von etwa 25° brechendem Winkel zusammen und füllte es wieder mit derselben Lösung wie zuvor. Das hiermit erzeugte Spektrum zeigte jetzt die beiden Streifen, aus denen es bestand, zwar ganz auseinanderliegend, doch war der blaue Streifen immer noch so wenig dispergiert, daß zwar mit Mühe schon grün zu erkennen war; doch war infolge der jetzt stärkeren Absorption der Lichtstrahlen die Helligkeit des Spektrums schon sehr gering geworden. Es kam also darauf an, um ein besser aufgelöstes, deutlich sichtbares Spektrum zu erhalten, die Dispersion und vor allem auch die Lichtintensität zu erhöhen. Ich will nun die endgültige Versuchsanordnung, mit welcher dies erreicht wurde, beschreiben.

3. Die endgültige Versuchsanordnung.

Um die Auflösung des anomalen Spektrums noch zu erhöhen, benutzte ich jetzt eine konzentrierte Lösung von Cyanin in Chloroform, da die Konzentration einer solchen Lösung viel größer ist als die einer konzentrierten alkoholischen Cyanin-

lösung[1]). Doch mußte ich die Lösung noch etwas mit Chloroform verdünnen, da die Absorption durch dieselbe zu stark war, um durch anderweitige Mittel die erforderliche Lichtintensität herstellen zu können. Natürlich wurde der Trog jetzt mit Chloroform gefüllt. Das Prisma von etwa 25° brechendem Winkel mußte mit einem andern Kitt geleimt werden, da die Hausenblase durch das Chloroform angegriffen wurde. Wasserglas, welches zum Kitten des Prismas verwendet wurde, erwies sich als leidlich widerstandsfähig, doch da sich mit der Zeit Undichtigkeiten einstellten und aus dem Prisma Lösung in den Trog austrat, so benutzte ich schließlich ein im Feuer gekittetes Hohlprisma und einen ebensolchen Trog, beide aus Spiegelglas[2]). Die mit einem eingeschliffenen Stöpsel versehene Füllöffnung des Hohlprismas wurde nach Einfüllen der Lösung mit Wasserglas zugekittet; ebenso wurde der das Hohlprisma enthaltende Plantrog durch eine mit Wasserglas aufgekittete Glasplatte verschlossen, um Verdunstung des Chloroforms zu verhindern. Selbstverständlich waren die vom Licht durchsetzten Flächen des Prismas und des Troges vor dem Füllen und Zukitten erst sorgfältig gereinigt worden.

(Fig. 3). Zur Erhöhung der Lichtintensität wurde zunächst die Beleuchtung des Spaltes selbst verstärkt, indem das aus der Kondensorlinse L_1 der elektrischen Bogenlampe heraustretende parallelstrahlige Licht durch eine weitere Konvexlinse L_2 von etwa 20 cm Brennweite auf den vertikal (d. h. senkrecht zur Ebene der Zeichnung) stehenden Spalt Sp konzentriert wurde. Konfokal mit L_2 wurde eine starke Konkavlinse L_3 von 5 cm Brennweite zwischen Spalt und Linse L_2 eingeschoben, sodaß jetzt das auf den Spalt fallende Licht wieder wie hinter L_1 parallelstrahlig, aber auf einen kleineren Querschnitt zusammengedrängt war. Hinter dem vertikalstehenden Spalt Sp stand in der Entfernung ihrer Brennweite die Konvexcylinderlinse L_4 mit ebenfalls vertikaler Axe, welche das vom Spalt kommende Licht in Parallelstrahlenbündel verwandelte, die durch die Konvexcylinderlinse L_5 mit vertikaler Axe wieder zu einem Bild des Spaltes

1) Sieben, Wied. Ann. 23, S. 319 (Tab. II) und S. 331 (Tab. XI). 1884.

2) Sie waren bezogen von der Firma Leybold in Cöln.

vereinigt wurden. Kurz vor der Vereinigung dec Strahlen zum Bilde wurde dann der Kohlrausch'sche Cylinderspiegel S mit vertikaler Axenstellung eingeschoben, sodaß sich das von L_5 entworfene Spaltbild b_1 als virtueller Gegenstand innerhalb der Brennweite des Spiegels befand und von ihm durch den Spiegel ein verbreitertes Bild b_2 auf dem seitlich aufgestellten Schirme entworfen wurde.

Was die zur Verwendung gelangten Linsen L_4 und L_5 betrifft, so waren es, wie schon gesagt, Cylinderlinsen von je 4 qcm Größe mit vertikal stehenden Axen. Im allgemeinen ist die Verwendung von Cylinderlinsen für die Abbildung von Spektren, welche durch Prismen erzeugt werden, nicht angängig, da bekanntlich die Abbildung eines geradlinigen vertikalen mit homogenem Licht beleuchteten Spaltes durch ein Prisma mit ebenfalls vertikal stehender brechender Kante eine gekrümmte und zwar cet. par. umso stärker gekrümmte Linie ist, je größer die Ablenkung der Lichtstrahlen von der ungebrochenen Richtung ist. Infolgedessen wird bei Verwendung eines Prismas und zweier Cylinderlinsen, deren Axen dem Spalt und der brechenden Kante des Prismas parallel z. B. vertikal stehen, bei Erzeugung des Spaltbildes statt eines gekrümmten schmalen Spaltbildes, wie es sphärische Linsen liefern würden, ein sehr breiter gerader Streifen entstehen, da statt eines jeden Bildpunktes der durch sphärische Linsen erzeugten gekrümmten Spaltlinie, jetzt eine vertikale Linie entstehen wird, die sich für alle Punkte des Spaltes neben- und übereinanderlegen und so ein sehr breites Spaltbild ergeben werden. Hierdurch wird natürlich bei Verwendung einer ein kontinuierliches Spektrum liefernden Lichtquelle dessen Auflösung sehr verringert. Der von mir benutzte Trog mit darin stehendem Hohlprisma bewirkt gar keine allgemeine Ablenkung der Lichtstrahlen, da der Brechungsexponent der Lösung mit dem des Lösungsmittels für eine gewisse Farbe zusammenfällt[1]), und damit eine schmale geradlinige Abbildung des Spaltes auch bei Verwendung von cylindrischen Linsen stattfindet. Daher durfte die Abbildung des Spaltes mittels Cylinderlinsen erfolgen, was im Interesse der Erhöhung der Lichtintensität vorteilhaft war.

1) Sieben, G., Wied. Ann. 23, S. 331 (Tab. XI). 1884.

Daß für die hinter dem Spalt stehende Linse L_4, welche aus zwei bikonvexen Cylinderlinsen von je 5 cm Brennweite zusammengesetzt war, eine so geringe Brennweite von $2^1/_2$ cm gewählt wurde, hatte den Zweck, das aus dem Spalt kommende Licht auf einen möglichst engen Querschnitt in horizontaler Richtung zusammenzudrängen, da das zwischen den Linsen L_4 und L_5 eingeschobene, mit der stark gefärbten anomal brechenden Lösung gefüllte Hohlprisma nur in der Nähe der brechenden Kante noch lichtdurchlässig war. Da nun der Cylinderspiegel einen Durchmesser von nur 9 mm besaß, so mußte das an der Stelle b_1 entworfene Spektrum sehr schmal sein, denn sonst hätte der Cylinderspiegel die Strahlen nicht alle fassen und reflektieren können und das Spektrum auf dem Schirm wäre sehr unrein gewesen, da der Cylinderspiegel die einzelnen Teile des innerhalb seiner Brennweite als virtueller Gegenstand sich befindenden Spektrums b_1 in sehr verschiedener Entfernung vom Spiegel auf einem Schirm scharf abgebildet hätte. Daher mußte auch die Cylinderlinse L_5 stark sein. Auch sie war bikonvex und hatte eine Brennweite von 5 cm.

Zwischen den Linsen L_4 und L_5 war nun der mit Chloroform gefüllte Trog P mit dem symmetrisch darin stehenden Hohlprisma P_1, gefüllt mit fast konzentrierter Lösung von Cyanin in Chloroform, derart eingeschoben, daß das von L_4 kommende Lichtbündel, welches eine Breite von etwa 1 cm hatte, nahe der brechenden Kante durch das Hohlprisma hindurchging. Da keine allgemeine Ablenkung, sondern nur Dispersion der Lichtstrahlen eintrat, so zeigte sich das auf dem Schirm entworfene Spektrum etwa an derselben Stelle, an der vor dem Einschieben von P und P_1 das weiße Spaltbild lag. Das Spektrum selbst hatte bei einer Entfernung von etwa 10 cm, welche der Schirm vom Cylinderspiegel hatte, eine Breite von 4—5 cm und zeigte jetzt vollkommene Anomalie mit der Farbenfolge grün, blau, violett und, durch einen weiten dunklen Zwischenraum davon getrennt liegend, rot. Als sehr vorteilhaft zur Erhöhung der Lichtintensität des Spektrums erwies sich die Verwendung eines Aluminiumschirmes[1]) an Stelle des weißen Papierschirmes.

---

1) Bezogen von der Firma Liesegang in Düsseldorf.

Da es nun bei Betrachtung der Farbenfolge des Spektrums und der ganzen Anordnung der Demonstration nicht leicht war sich auf den ersten Blick davon zu überzeugen, ob das am einen Ende des Spektrums liegende Rot die am stärksten gebrochene und das am andern Ende liegende Grün die am schwächsten gebrochene Wellenlänge oder ob das Umgekehrte der Fall war, so war es wünschenswert an derselben Stelle des Schirmes, an der das anomale Spektrum lag, und in derselben Weise wie das anomale ein normales Spektrum zu entwerfen, um so durch sukzessive Betrachtung beider Spektren sofort über die relative Stärke der Farbenbrechung im anomalen Spektrum unterrichtet zu sein. Diesem und zugleich noch einem andern Zweck, auf den ich weiter unten zurückkomme, diente das Glasprisma P_2 von 20^0 brechendem Winkel, das mit vertikalstehender und nach derselben Seite gerichteter Kante wie das Prisma P_1 in den Strahlengang eingeschaltet wurde. Der Trog P wurde jetzt soweit zurückgezogen, daß ein Teil des von L_4 kommenden Lichtes, das Bündel 2 in Fig. 3, noch durch das Prisma P_1 dicht an der brechenden Kante hindurchging, der andre Teil, Bündel 1 In Fig. 3, vor dem Hohlprisma vorbei allein durch den Trog P hindurchging und infolgedessen weder gebrochen noch dispergiert wurde. Beide Lichtbündel fallen dann auf das Prisma P_2 und zwar wird das Lichtbündel 1 jetzt in normaler Weise dispergiert und gebrochen werden und nach dem Durchgang durch L_5 und Reflexion am Cylinderspiegel ein normales Spektrum auf dem Schirm liefern. Natürlich mußten jetzt wegen der Ablenkung der Strahlen durch P_2 die Linse L_5 und der Cylinderspiegel etwas verschoben werden, da der Spiegel sonst garnicht von den Lichtstrahlen getroffen wurde. Das Bündel 2 ist, wie wir oben gesehen haben beim Verlassen des Troges im allgemeinen, d. h. für eine Farbe wenigstens, dem Bündel 1 parallel und so dispergiert, daß Rot sehr viel stärker als alle andern Farben gebrochen ist und ganz abseits von ihnen liegt. Beim Durchgang durch das normalbrechende Prisma P_2 wird nun zwar, wie an Hand der Fig. 3 ersichtlich, das abseits liegende Rot des anomalen Spektrums wieder an den grün-blau-violetten Teil des anomalen Spektrums herangerückt und dadurch der dunkle Zwischenraum zwischen beiden Teilen des Spektrums

verschmälert, dagegen wird der grün-blau-violette Teil des anomalen Spektrums noch etwas mehr dispergiert, da für diese Farben das Prisma P_2 im selben Sinne dispergierend wirkt wie die Kombination von Trog P und Prisma P_1. Dies ist der oben (S. 16) schon angedeutete weitere Zweck, welcher durch Anwendung des Prismas P_2 erreicht wurde. Die auf dem Schirm entstehenden beiden Spektren, welche, wenn sie gleichzeitig existierten, z. T. zusammenfallen würden, lassen sich nun bequem nacheinander betrachten durch jeweiliges Abblenden des einen oder anderen mittels des vor dem Plantrog verschiebbaren Diaphragmas D. Während das normale Spektrum bei der Anordnung, wie sie Fig. 3 zeigt, von links noch rechts die Spektralfarben in normaler Folge von rot bis violett zeigt, hat das anomale die Farbenfolge grün-blau-violett und dann erst, durch einen weiten dunklen Zwischenraum davon getrennt, rot, sodaß man jetzt durch Vergleich beider Spektren sofort sieht, daß die Brechungsexponenten der anomal dispergierenden Lösung (gegen das normal dispergierende Lösungsmittel) stark wachsen, wenn man sich von der Seite der langen Wellen dem Absorptionsstreifen, hier im Gelb liegend, nähert, dagegen stark abnehmen, wenn man sich von der Seite der kurzen Wellen her dem Absorptionsstreifen nähert, was ja das Charakteristische der anomal dispergierenden Substanzen ist.

Der Vorteil, der in dieser Methode der Demonstration der anomalen Dispersion durch Verbreiterung der Spektren mittels Cylinderspiegels liegt, besteht darin, daß man auf dem Schirm ein tatsächliches Spektrum d. h. die parallele Aneinanderlegung der farbigen Bilder eines Spaltes mit veränderter Farbenfolge gegenüber einem durch normale Dispersion erzielten Spektrum sieht, während die bisher übliche Methode zur Demonstration der anomalen Dispersion, die bekannte Kundt'sche Methode der gekreuzten Prismen[1]), und eine auf ähnlichem Prinzip, nämlich der Kreuzung einer anomalen Totalreflexion mit einer normalen Brechung beruhende Methode von Mach und Arber[2]) die anomale Dispersion in gewissem Sinn erst indirekt veranschaulichen.

1) Kundt, A., Pogg. Ann. 143, S. 259 ff. 1871.
2) Mach und Arber, Wied. Ann. 27, S. 436 ff. 1886.

C) Versuche zur Verwendung des Cylinderspiegels für Messungen.

Was die Verwendbarkeit des Kohlrausch'schen Cylinderspiegels zur Messung von kleinen Ablenkungen eines parallelen Strahlenbündels anbetrifft, so ist zunächst zu bemerken, daß ein auf den Cylinderspiegel auftreffendes Parallelstrahlenbündel, etwa von einem Kollimatorspalt kommend, nach der Reflexion am Spiegel stark zerstreut und in ein divergentes Bündel verwandelt wird, welches daher in einem auf Parallelstrahlen eingestellten Fernrohr, das etwa mit einem unter dem Cylinderspiegel stehenden drehbaren Teilkreis verbunden ist, kein Bild des Spaltes liefern wird.

Kohlrausch[1]) schlägt daher vor, ein unendlich schmales Parallelstrahlenbündel auf den Cylinderspiegel fallen zu lassen, welches dann nach der Reflexion am Spiegel so wenig zerstreut werden würde, daß in dem auf Parallelstrahlen eingestellten Fernrohr ein Bild entstehen würde, auf dessen Mitte man einstellen könne. Zur Erzeugung des unendlich schmalen Lichtbündels schlägt er die Verwendung zweier Spalten vor. Diesen Vorschlag Kohlrauschs suchte ich in meinen folgenden Untersuchungen zur Ausführung zu bringen.

Ein schmaler vertikaler mit der elektrischen Bogenlampe beleuchteter Spalt 1 wurde in den Brennpunkt einer Kollimatorlinse von etwa 33 cm Brennweite gebracht, wovon ich mich mit einem auf Parallelstrahlen eingestellten Fernrohr überzeugte. Etwa 1 m hinter der Linse wurde parallel zum ersten Spalt ein

1) l. c.

zweiter aufgestellt, sodaß durch ihn aus den von den verschiedenen Punkten von Spalt 1 kommenden Parallelstrahlenbündeln nur je ein schmales Bündel herausgeblendet wurde. Spalt 2 wurde zunächst noch verhältnismäßig breit gewählt und später dann immer mehr verengert. Die an dem hinter Spalt 2 stehenden Cylinderspiegel von 9 mm Durchmesser mit ebenfalls den Spalten parallel stehender Axe zur Seite hin reflektierten Lichtbündel wurden dann von dem auf Parallelstrahlen eingestellten Fernrohr aufgenommen, in dem sich jedoch kein Bild des Spaltes 1, sondern nur eine gleichmäßige Helligkeit des ganzen Gesichtsfeldes darbot. Nun wurde Spalt 2 nacheinander immer enger gemacht, um dadurch möglichst schmale Parallelstrahlenbündel zu erzielen, aber auch dann war von einer Erzeugung eines Bildes von Spalt 1 im Fernrohr, auf dessen Mitte etwa man hätte einstellen können, nichts zu sehen. Von einer gewissen Breite des Spaltes 2 ab zeigten sich dann, wenn das Fernrohr die aus Spalt 2 kommenden Lichtstrahlen direkt aufnahm d. h. ohne daß der Cylinderspiegel noch in den Strahlengang eingeschaltet war, ein verbreitertes unscharfes Bild von Spalt 1 mit seitlichen Beugungsbildern, wie ja auch zu erwarten war und worauf Kohlrausch[1]) auch hingewiesen hat. Bei Einschaltung des Cylinderspiegels in den Strahlengang wurde natürlich nun erst recht kein Bild des Spaltes 1 im Fernrohr erhalten.

Dieselbe Untersuchung wurde darauf mit einem Cylinderspiegel von größerem Durchmesser, nämlich 2 cm, gemacht, welcher also ein Parallelstrahlenbündel bei gleichem mittleren Auffallswinkel weniger stark dispergiert als der Cylinderspiegel mit kleinerem Radius. Jedoch wurde auch hiermit kein befriedigenderes Resultat erzielt.

In Ermangelung eines geschliffenen Glascylinders von noch größerem Radius wurde nun noch ein innen versilbertes cylindrisches Glasgefäß von 8 cm Durchmesser zur Untersuchung herangezogen, jedoch ohne daß damit etwas erreicht wurde. Jedenfalls war dieser Versuch die Anregung Kohlrauschs, zur Messung kleiner Ablenkungen einen Cylinderspiegel zu Hilfe zu nehmen, zur Ausführung zu bringen fehlgeschlagen. Daß sich

1) l. c.

kein anderes Resultat ergeben konnte, leuchtet übrigens ein, wenn man bedenkt, daß im Falle einer Bilderzeugung von Spalt 1 im Fernrohr es ja möglich wäre, auf diese Art mit Hilfe eines Cylinderspiegels die Auflösung der einzelnen farbigen Parallelstrahlenbündel, in welche das weiße, von einem Punkte des Spaltes 1 kommende Parallelstrahlenbündel durch ein etwa hinter Spalt 2 gesetztes schwach dispergierendes Prisma auseinandergebrochen wird, durch die Reflexion an dem Cylinderspiegel zu erhöhen. Ohne weiteres dürfte aber einleuchtend sein, daß eine solche Reflexion die Auflösung eines Spektrums nicht erhöhen kann, worauf auch H. Kayser[1]) in seinem „Handbuch der Spektroskopie“ unter ausdrücklicher Bezugnahme auf die Kohlrausch'sche Abhandlung hinweist. Durch die Verwendung des Cylinderspiegels läßt sich keine erhöhte Auflösung, sondern nur eine Vergrößerung eines schmalen Spektrums erzielen, wie sie oben bei der Demonstrationsmethode der anomalen Dispersion herbeigeführt ist.

1) Kayser, H., Handbuch der Spektroskopie I, S. 547. 1900.

D) Konstruktion des eigenen Apparates.

Nachdem ich zu der Überzeugung gekommen war, daß sich die Anregung Kohlrauschs für Messungen nicht verwirklichen läßt, und zwar aus dem Grunde, weil ein noch so schmales Parallelstrahlenbündel nach Reflexion an einem Cylinderspiegel nicht mehr parallelstrahlig ist, kam ich auf den Gedanken die zugrunde liegende Idee Kohlrauschs in gewissem Sinne zur Ausführung zu bringen durch Verwendung eines Planspiegels, der sich um eine außerhalb seiner Fläche liegende, aber zu ihr parallele Axe dreht. Die Gerade, in welcher die Spiegeloberfläche von der durch die Drehaxe gelegten Normalebene geschnitten wird, gleitet ja bei der Drehung um die Axe auf einem Cylindermantel und stellt somit, wenn man alle möglichen Stellungen des drehbaren Spiegels zugleich ins Auge faßt, in gewissem Sinn einen Cylinderspiegel dar. Dabei werden jetzt bei der Reflexion an diesem „Cylinderspiegel" parallele, etwa von einem Kollimatorspalt kommende Strahlen auch nach der Reflexion parallel sein. Die weitere Verfolgung dieses Gedankens brachte mich auf die Konstruktion eines Apparates, der dazu dient, kleine Ablenkungen mit großer Genauigkeit zu messen, ohne daß ein Teilkreis mit sehr genauer und weitgehender Teilung erforderlich ist. Im Folgenden möge zunächst das allgemeine Prinzip dieses Apparates auseinandergesetzt werden.

I. Prinzip des Apparates.

Um die feststehende Vertikalaxe O (Fig. 4) ist ein Arm drehbar, welcher die Sammellinse L_1 und einen in ihrer Brennebene stehenden vertikalen Spalt trägt und, wie der Kollimator

an einem Spektroskop, dazu dient, die von dem beleuchteten Spalt kommenden Lichtstrahlen parallel zu machen. Auf einem zweiten um die Axe O drehbaren Arm sitzen zentriert mit dieser Axe die Sammellinsen L_2 und L_3 und eine feine vertikal stehende Marke M, welche sich zwischen den beiden Linsen in der gemeinsamen Brennebene beider befindet, sodaß also der Abstand der beiden Linsen L_2 und L_3 voneinander gleich der Summe ihrer Brennweiten ist. Dieses Linsensystem bewirkt, daß Parallelstrahlen, die, von dem Kollimatorspalt kommend, parallel zu der durch M, O und die Mitten der Linsen L_2 und L_3 hindurchgehenden Vertikalebene auf L_2 auftreffen, sich am Ort der Marke M zu einem Spaltbild vereinigen und nach dem Durchgang durch L_3 wieder parallelstrahlig und parallel zu jener Vertikalebene weiterverlaufen. Umgekehrt zeigt Koinzidenz von Spaltbild und Marke M an, daß die vom Kollimator kommenden Parallelstrahlen vor L_2 und hinter L_3 parallel zu der durch M und O hindurchgehenden Vertikalebene verlaufen. Wir wollen den Arm, der L_2, M und L_3 trägt, als Hauptarm bezeichnen.

Um die der vertikalen Drehaxe O parallele, ebenfalls feststehende Axe B dreht sich der Planspiegel S, dessen Oberfläche der Axe B parallel steht. Die Drehung des Hauptarmes um O und des Planspiegels um B sind nun derart miteinander in eine feste Verbindung gebracht, daß bei jeder Stellung des Planspiegels die Gerade, in welcher die durch die Axe B gelegte Normalebene des Spiegels diesen schneidet, — in Fig. 4 stellt C' bezw. C'' die Horizontalprojektion dieser Geraden für zwei verschiedene Stellungen des Spiegels dar — ebenfalls in der durch O, M und die Mitten von L_2 und L_3 gehenden Vertikalebene liegt. Ermöglicht wird diese gleichzeitige Drehung von Spiegel und Hauptarm durch Vermittelung einer am Ende des Armes angebrachten Schlittenführung, deren Schlitten L ebenfalls jener Vertikalebene parallel läuft (Fig. 6). In dem Schlitten dieser Führung dreht sich in der Bohrung C beim Drehen des Spiegels ein bei C' bezw. C'' (nach Fig. 4) am Spiegel angebrachter vertikaler Zapfen, der ebenfalls in der durch M und O gehenden Vertikalebene, liegt. Wie man sieht, wird jetzt bei einer Drehung des Spiegels um B der Hauptarm selbsttätig um O derart mitgeführt, daß außer dem Drehpunkt O und der Marke

M auch der mit dem Schlitten sich bewegende Zapfen C' bezw. C'' des Spiegels (nach Fig. 4) stets in jener Vertikalebene verbleibt. Unter dem Drehpunkt B des Spiegels steht unabhängig davon ein mit einem Fernrohr verbundener drehbarer Teilkreis.

Durch diese ganze Anordnung soll das in Fig. 5 dargestellte Prinzip der Vergrößerung des Öffnungswinkels ω_1 zweier schwach divergenten vom Kollimator kommenden Parallelstrahlenbündel verwirklicht werden. Bringt man durch Drehung des Spiegels und damit des Arms die Verbindungslinie OC' bezw. OC'' nacheinander in die Richtung der beiden Parallelstrahlenbündel, was jedesmal durch Koinzidenz des Spaltbildes mit der Marke M angezeigt wird, und mißt man mit dem Teilkreis die respektiven Reflexionswinkel φ_1 bezw. φ_2 der an dem Planspiegel reflektierten Parallelstrahlenbündel, indem man mit dem auf Parallelstrahlen eingestellten Fernrohr auf die Marke M und das mit ihr zusammenfallende Spaltbild einstellt und darauf das Fernrohr senkrecht auf den Spiegel richtet (etwa mittels Gauß'schem Okular), so ergibt sich der gesuchte kleine Winkel ω_1 durch folgende Berechnung:

(Fig. 5.) Bezeichnen wir mit A die Entfernung der beiden festen Drehpunkte O und B und mit r den Radius BC' bezw. BC'' des „Cylinderspiegels", so ergibt sich aus dem $\triangle OBC'$:

$$\sin \omega' = \frac{r}{A} \sin \varphi_1 \text{ oder } \omega' = \text{arc sin} \left(\frac{r}{A} \sin \varphi_1 \right)$$

Ebenso ergibt $\triangle OBC''$:

$$\sin \omega'' = \frac{r}{A} \sin \varphi_2 \text{ oder } \omega'' = \text{arc sin} \left(\frac{r}{A} \sin \varphi_2 \right),$$

und damit ist der gesuchte Winkel

(Formel II)

$$\omega_1 = \omega'' - \omega' = \text{arc sin} \left(\frac{r}{A} \sin \varphi_2 \right) - \text{arc sin} \left(\frac{r}{A} \sin \varphi_1 \right)$$

Ist der Radius r des „Cylinderspiegels" klein gegenüber der Entfernung OB der beiden festen Drehpunkte — bei meinem Apparat konnte das Verhältnis $\frac{r}{A}$ beider Größen durch Veränderung von r, wie wir unten (S. 26) sehen werden, variiert werden; ein mittlerer Wert für $\frac{r}{A}$ war etwa $\frac{1}{50}$ — so überträgt

sich ein Fehler bei der Messung von φ_1 nur zu einem geringen Bruchteil auf den Winkel ω', ebenso ein Fehler von φ_2 auf den Winkel ω''.

Je größer nun cet. par. die Reflexionswinkel φ_1 bezw. φ_2 sind, d. h. je weiter nach dem Rande des „Cylinderspiegels" zu die Strahlen auffallen, desto geringer wird der Bruchteil sein, zu dem sich ein Fehler bei der Messung von φ_1 und φ_2 auf die Winkel ω' resp. ω'' und damit auf ω_1 überträgt. Nehme ich z. B. $\frac{r}{A}$ zu $\frac{1}{50}$ an, so überträgt sich ein Fehler von 1' bei der Messung von φ_1 nur mit 1,13" auf ω' bei einem Reflexionswinkel φ_1 von 20°. Bei $\varphi_1 = 80^0$ beträgt dieser Übertragungsfehler cet. par. nur 0,21". Hieraus kann man ersehen, daß, wie oben (S. 21) schon angedeutet wurde, der Teilkreis zur Messung der Reflexionswinkel keine allzu genaue Unterteilung zu besitzen braucht und das benutzte Fernrohr für die Messung der Reflexionswinkel selbst, d. h. Einstellung auf Marke *M* und Senkrechtstellen auf den Spiegel, nicht sehr vergrößernd zu sein braucht, da ein hierbei gemachter kleiner Fehler sich an dem mit nur geringer Unterteilung versehenen Teilkreis nicht bemerklich macht. Andrerseits aber ist klar, daß die Koinzidenz der Marke *M* mit dem an ihrem Ort entstehenden Spaltbild mit derselben Genauigkeit erfolgen muß, welche bei der Berechnung von ω' oder ω'' aus einer einzelnen Messung von φ_1 bezw. φ_2 erreicht werden soll, denn ein bei der Einstellung der Marke *M* auf das Spaltbild durch Drehen von Spiegel und Hauptarm gemachter Fehler geht ja dann, wie leicht ersichtlich, in seiner ganzen Größe in das Resultat mit ein. Sollen die Winkel ω' uud ω'' daher etwa mit der Genauigkeit von 1" oder 2" aus einer einzelnen Messung hervorgehen, so muß das benutzte Fernrohr auch die entsprechende Vergrößerung besitzen, um solche Winkeldifferenzen noch auflösen zu können, da sonst die Einstellung von *M* auf das Spaltbild nicht mit der erforderlichen Genauigkeit ermöglicht werden kann. Jedenfalls ist ersichtlich, daß ein nach dem im Vorhergehenden auseinandergesetzten Prinzip konstruierter Apparat natürlich ebensowenig als der Kohlrausch'sche Cylinderspiegel eine erhöhte Auflösung zweier schwach divergenten Parallelstrahlenbündel bewirkt, sondern nur

den Zweck erfüllt, kleine Ablenkungen mit größerer Genauigkeit zu messen, ohne daß ein entsprechend genau geteilter Teilkreis zur Verfügung steht. Im Folgenden möge der Bau der einzelnen Teile des nach obigem Prinzip konstruierten Apparates beschrieben werden.

II. Bau der einzelnen Teile des Apparates.

1. Die Hauptdrehaxe.

Was die aus Stahl bestehende Hauptdrehaxe *O* betrifft, so ist sie in einer als Grundplatte für den ganzen Apparat dienenden Steinplatte mittels Gips, vermengt mit Eisenfeilspänen, fest eingelassen. An ihrem oberen Ende trägt sie drei konzentrisch übereinanderliegend angedrehte Kegelflächen, um welche sich der Kollimator-, der Hauptarm und ein kleines Prismentischchen drehen. Die Axe ist natürlich möglichst senkrecht zur Grundplatte eingegipst. Ihre Länge wurde so gewählt, daß die verschiedenen Linsen und der Planspiegel mit dem am Teilkreis befestigten Fernrohr in einer horizontalen Ebene liegen, und ist daher durch die Höhe des Teilkreises gegeben.

2. Der „Cylinderspiegel".

Die Drehaxe *B* für den „Cylinderspiegel" konnte nicht in derselben Weise direkt in die Grundplatte eingelassen werden, da der unter *B* (Fig. 4) stehende Teilkreis dies ja nicht gestattete. Vielmehr wurde zu diesem Zweck eine mit einer konischen Durchbohrung *B* versehene eiserne Platte *E*, deren Form durch Fig. 7 dargestellt ist, auf drei eiserne Stäbe, welche ebenfalls in die Steinplatte eingegipst sind, aufgeschraubt. Die Stäbe hatten eine solche Entfernung voneinander, daß zwischen ihnen der Teilkreis bequem Platz hat und unter dem Spiegeldrehpunkte *B* aufgestellt werden kann. Die Muttern, welche die Eisenplatte *E* auf den drei sie tragenden Stäben festhalten, gestatten vermittels Gegenmuttern, die an der Unterseite der Platte auf den Stäben sitzen, der Platte bei der Justierung des Apparates die erforder-

liche Lage zu geben. In der konischen Durchbohrung der Platte *E* (Fig. 8) ist nun genau passend die mit der Messingplatte *H* aus einem Stück bestehende Axe *B* drehbar, welche von der Oberseite der Platte her durch die Scheibe *F* und die Schraube *G* festgehalten wird. Die Scheibe *F* ist mit der Axe *B* durch zwei Stifte starr verbunden, sodaß sich beim Drehen der Scheibe die Axe *B* mitdreht. Zwischen der Scheibe *F* und der Platte *E* befindet sich noch eine schwach gekrümmte Messingscheibe *z*, um beim Drehen der Scheibe möglichst wenig Reibung überwinden zu müssen. Im übrigen waren natürlich die Platte *E* sowie die Flächen von *F* und *H* auf der Drehbank gut plan abgedreht worden.

Auf der Unterseite von *H* ist nun in einer aufgeschraubten Schlittenführung *Y* verschiebbar der Schlitten *J*, welcher mit dem Bocke *K* und dem knieförmigen Stück *Q* zu einem starren Ganzen zusammengelötet bezw. geschraubt ist. Festgehalten in der Führung wird der Schlitten durch die abgeschrägten Schlittenbacken. Dieser Schlitten *K—J—Q*, an dem der Planspiegel *S* befestigt ist, wurde deshalb verschiebbar gemacht, um den Radius des „Cylinderspiegels" je nach Bedarf verändern zu können, und zwar wird dies durch die mittels des Bockes *M* mit der Platte *H* starr verbundene Schraube *N* bewirkt, indem sie beim Drehen den Schlitten vor- bezw. zurückschiebt, wie aus der Figur ersichtlich ist. Wenn ein bestimmter Radius für den „Cylinderspiegel" gewählt ist, so kann der Schlitten dann zur bessern Sicherung seiner Lage durch festes Anziehen der in den Schlittenbacken befindlichen Schrauben ganz unbeweglich gemacht werden. Der Radius des Cylinderspiegels kann durch die Schraube *N* von etwa 20 bis auf 5 mm herab variiert werden; beim Abnehmen von *N* und *M* und weiteres Zurückschieben des Schlittens mit der Hand kann der Radius natürlich auch auf 0 mm und noch darunter gebracht werden.

An dem Schlitten ist nun weiterhin der in einer Fassung sitzende Planspiegel *S* befestigt, der um zwei vertikale in dem Schlitten sitzende Spitzen *x* und *y* in einem kleinen Spielraum drehbar ist, was im Interesse seiner Justierung, wie wir unten sehen werden, erforderlich ist. Ziemlich genau mit der Spiegeloberfläche in einer Ebene liegend ist dann noch in den Schlitten

der Zapfen *C'* fest eingeschraubt (dessen Axe der Punkt *C'* der Fig. 4 repräsentiert). Er dient dazu, die Drehung des Spiegels mit der des Hauptarms zu verbinden. Daß die Axe dieses Zapfens *C'* mit der Spiegeloberfläche genau in eine Ebene fällt, wie bei der obigen Auseinandersetzung des Prinzips des Apparates angenommen ist, ist nicht notwendig, denn da ja der Spiegel von Parallelstrahlen getroffen wird, so darf er unbeschadet der Richtung der reflektierten Lichtstrahlenbündel auch parallel mit sich selbst verschoben werden und somit außerhalb der Axe des Zapfens *C'* liegen; jedoch wurde beim Bau des Apparates möglichst darauf gesehen, daß die Axe von C' in der Oberfläche des Spiegels liegt.

Daß der Schlitten, welcher mittels Bimsstein und Petroleum sorgfältig eingeschliffen worden war, in seiner Führung gut lief, wurde festgestellt, indem das Fadenkreuz eines auf Parallelstrahlen eingestellten, senkrecht auf den Spiegel *S* gerichteten Fernrohrs mit seinem Bild zur Deckung gebracht wurde. Beim Verschieben des Schlittens zeigten sich dann nur sehr geringe Differenzen zwischen Fadenkreuz und Bild.

Da es im Interesse der Justierung des Spiegels, wie wir unten sehen werden, erforderlich ist, daß die durch die Axe von *B* und *C'* gelegte Ebene parallel ist zu der Richtung, in welcher sich der Schlitten *J* verschieben läßt, so wurde dies beim Bau des „Cylinderspiegels" folgendermaßen bewerkstelligt. Dem bei *C'* eingeschraubten Zapfen wurde zunächst eine viel größere Dicke gegeben als erforderlich war. Dann wurde der Schlitten soweit zurückgezogen, daß der Zapfen möglichst genau in der Verlängerung der Axe *B* lag. Nachdem die Axe *B* darauf laufend in die Drehbank eingespannt war, wurde der Zapfen auf die erforderliche Dicke abgedreht, sodaß seine Axe in die Verlängerung von Axe *B* fiel. Es ist ersichtlich, daß jetzt beim Verschieben des Schlittens der Zapfen *C'* stets in der durch die Axe *B* parallel zur Schlittenrichtung gelegten Ebene verbleibt. Der Zapfen *C'* ist ebenso wie alle Schrauben, aus Stahl gefertigt, während für alle übrigen Teile des „Cylinderspiegels" außer dem Glasspiegel *S* Messing verwendet wurde. Der Planspiegel *S* ist mit Oberflächenversilberung versehen und hat eine Höhe von 2 cm und eine Breite von 3 cm.

3. Der Kollimatorarm.

Der Kollimatorarm besteht aus der Messinghülse *M* (Fig. 9), welche um die unterste der drei an die Axe *O* angedrehten konzentrischen Kegelflächen drehbar ist, und dem etwa 14 cm langen Stück Flachstahl *N* von 1 cm Höhe und 3 cm Breite, welches auf die Hülse *M* aufgelötet ist. An das eine Ende von *N* ist die den verstellbaren Spalt *Sp* tragende Messingplatte *P* angeschraubt, während das der Drehaxe *O* zunächst liegende Ende die achromatische Kollimatorlinse L_1 von 12 cm Brennweite und 4 cm Durchmesser trägt. Die mit einer Messingfassung versehene Linse ist in einen knieförmigen Messingrahmen fest eingelassen, welcher auf einem auf dem Stahlstück *N* laufenden feststellbaren Schieber fest aufgeschraubt ist. Zur genaueren Justierung der Linse dienen drei Stellschräubchen, die in dem die Linse tragenden Messingrahmen sitzen.

4. Der Hauptarm.

Um den mittleren Konus von *O* ist der aus einem etwa 50 cm langen Stück Flachstahl bestehende Hauptarm (Fig. 6) mittels einer ähnlichen Messinghülse, wie beim Kollimatorarm beschrieben ist, drehbar. Auf das Ende des Armes ist die Führung mit dem darin laufenden Schlitten *L* aufgeschraubt, in dessen Bohrung *C* sich der Zapfen *C'* des „Cylinderspiegels" dreht. Die Länge der Schlittenführung beträgt 6,5 cm, was ja ausreichend ist, da der maximale Radius des „Cylinderspiegels" etwa 2 cm beträgt und somit die Verschiebung des Schlittens in der Führung bei einer ganzen Drehung des Spiegels höchstens etwa 4 cm ausmacht. Daß der Schlitten gut in seiner Führung lief, wurde ebenso, wie bei dem Schlitten des „Cylinderspiegels" auseinandergesetzt worden ist (S. 27), geprüft. Unterstützt wird der Arm etwa in der Mitte seiner Länge durch ein in die Grundplatte eingegipstes verstellbares Tischchen, auf welchem der Arm mittels eines kleinen Rädchens läuft.

Auf dem Arm sind in derselben Weise, wie bei der Kollimatorlinse schon beschrieben ist, die Linsen L_2 und L_3 (Fig. 4) und die aus einem in ein Planparallelglas von 1×6 cm Größe mit dem Diamanten eingeritzten feinen Vertikalstrich bestehende

Marke M verschiebbar und feststellbar. Die Linsen L_2 und L_3 sind achromatische Cylinderlinsen von 12 bezw. 25 cm Brennweite mit vertikal stehenden Cylinderaxen. Cylinderlinsen wurden gewählt, um erhöhte Lichtintensität zu erzielen, welche auch hier erforderlich war, da der Apparat dazu benutzt werden sollte um Brechungsexponenten von Lösungen der stark gefärbten anomal dispergierenden Substanzen zu messen. Die Linse L_3 bekam die große Brennweite von 25 cm, damit Spaltbild und Marke im beobachtenden Fernrohr nicht zu breite Bilder liefern, was bei Verwendung einer kleineren Brennweite von L_3 und bei der starken Vergrößerung des benutzten Fernrohrs der Fall gewesen wäre.

Daß auch hier die Anwendung von Cylinderlinsen wegen der unmerklichen Krümmung der Spektrallinien gestattet ist, möge an dieser Stelle noch durch eine Berechnung der Krümmung der Spektrallinien erhärtet werden.

Bezeichnen wir mit α den brechenden Winkel eines Prismas, mit D die erzeugte Ablenkung, welche ein im Hauptschnitt des Prismas d. h. in einer auf der brechenden Kante senkrecht stehenden Ebene verlaufendes, vom Kollimator ausgesandtes homogenes Parallelstrahlenbündel durch das im Minimum der Ablenkung stehende Prisma erfährt, so ist bekanntlich der Brechungsexponent für die betreffende Wellenlänge

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + D}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

Für ein schief d. h. unter einem gewissen Neigungswinkel ε gegen den Hauptschnitt des Prismas auffallendes Parallelstrahlenbündel ergibt sich dann die Projektion D' seiner Ablenkung auf den Hauptschnitt aus

$$\sqrt{} = \frac{\sin \frac{D' + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}, \text{ worin}$$

$$\sqrt{} = \sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\, tg^2\, \varepsilon} \text{ ist.}$$

1) Kayser, H., Handbuch der Spektroskopie I., S. 261. 1900.

Man erkennt hieraus, daß die Krümmung des Spaltbildes mit wachsendem Brechungsexponenten n, d. h. wachsendem D, und mit wachsender Neigung ε der Bündel gegen den Hauptschnitt des Prismas wächst, da ν und damit D' mit diesen Größen wächst. Legen wir beispielsweise einen Brechungsexponenten n von 1,003000 zugrunde (die von mir mit dem Apparat gemessenen waren noch viel kleiner, wie aus den unten angeführten Messungen zu ersehen ist), so ergibt sich bei einem brechenden Winkel α von 25° für die halbe Ablenkung eines im Hauptschnitt verlaufenden Parallelstrahlenbündels $\frac{D}{2} = 2' 17'', 22$. Dieses Bündel wird von dem Spaltpunkt ausgesandt, welcher in dem durch die Hauptpunkte der Kollimatorlinse gelegten Hauptschnitt des Prisma liegt d. h. etwa von der Mitte des Spaltes. Hat dieser eine Höhe von 2 cm, so wird von dem 1 cm von der Mitte entfernt liegenden Endpunkt ein Bündel ausgehen, dessen Neigung ε gegen den Hauptschnitt sich aus $tg\ \varepsilon = \frac{1}{12}$ ergibt, da ja die Kollimatorlinse eine Brennweite von 12 cm hat. Für ν ergibt sich aus diesem Wert für ε: $\nu = 1{,}00302116$ und für die halbe Projektion der Ablenkung des betrachteten schief auffallenden Bündels auf den Hauptschnitt:

$$\frac{D'}{2} = 2' 18'', 14.$$

Es beträgt also $D'—D$ rund 2''. Die Mitte des von der Cylinderlinse L_2 entworfenen Spaltbildes (Fig. 4), auf welche die Marke M ja eingestellt wird, verschiebt sich also gegenüber der Mitte des durch eine sphärische Linse L_2 entworfenen Spaltbildes nur um rund 1''. Eine solche Differenz liegt aber ganz innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, da im allgemeinen sich solche Differenzen in dem zur Beobachtung dienenden Fernrohr garnicht bemerkbar machen, denn hierzu würde eine mindestens 60fache Vergrößerung des Fernrohrs[1]) erforderlich sein. Das von mir benutzte Fernrohr, auf welches ich unten (S. 32) zurückkommen werde, hatte eine 34fache Vergrößerung.

---

1) **Kayser, H., Handbuch der Spektroskopie I., S. 342—43. 1900.**

Aus dem Vorhergehenden dürfte wohl ersichtlich sein, daß wegen der kleinen Ablenkungen, welche in Betracht kommen, der Verwendung von cylindrischen Linsen L_2 und L_3 nichts im Wege steht.

5. Das Prismentischchen und Prisma.

Um den dritten, obersten Konus der Axe O ist nun das kleine Tischchen, welches zur Aufnahme des Prismas dient, drehbar. Drei an ihm angebrachte Schrauben dienen auch hier zur Justierung des Prismas, welches in einem planparallelen Trog steht und einen brechenden Winkel von fast 25° hat. Die vom Licht durchsetzten Seitenflächen von der Größe 2×3 cm bestehen ebenso wie die entsprechenden Flächen des Troges aus gutem Planparallelglas, alle übrigen Flächen aus geschwärztem Glas. Gekittet sind Trog und Prisma mit Fischleim. Zur Ablesung der Temperatur ist in das Hohlprisma hineinragend ein in 0,2° C. geteiltes Thermometer eingeleimt. Ein eingeschliffener Stöpsel verschließt die Füllöffnung des Prismas, während der oben offene Trog durch einen mit etwas Talg aufgedrückten Deckel verschlossen wurde, der natürlich für den Durchgang des Thermometers eine entsprechende Bohrung hat[1]).

6. Der Teilkreis.

Was den unter dem „Cylinderspiegel“ stehenden Teilkreis betrifft, so gestattet dessen Noniusteilung die Winkel direkt bis auf 1′ genau abzulesen und halbe Minuten noch abzuschätzen. Mit dem inneren drehbaren, den Nonius tragenden Kreis ist festverbunden das in seiner Verlängerung die Drehaxe des Teilkreises treffende Fernrohr. Um möglichst viel Licht in das Fernrohr gelangen zu lassen, wurde der Teilkreis nicht so unter dem „Cylinderspiegel“ aufgestellt, daß die Drehaxen beider genau untereinander lagen, sondern so, daß die Teilkreisdrehaxe

1) Trog und Prisma waren bezogen von der Firma B. Halle, Steglitz bei Berlin.

ungefähr mit dem Punkt D der Fig. 4 zusammenfällt, in welchem sich die rückwärtigen Verlängerungen der bei verschiedenen Stellungen des „Cylinderspiegels“ bezw. Hauptarms jeweils durch die Linsen L_2 und L_3 hindurchgehenden Zentralstrahlen nach der Reflexion am Spiegel S ungefähr schneiden. Dies ist natürlich kein mathematisch festgelegter Punkt, da ein durch einen Punkt, den Punkt O, gehendes Strahlenbündel, wie es ja durch die Gesamtheit der bei den verschiedenen Stellungen des Arms durch L_2 und L_3 gehenden Zentralstrahlen dargestellt ist, vom „Cylinderspiegel“ bei seitlichem Auffallen der Strahlen nicht so reflektiert wird, daß die rückwärtigen Verlängerungen der reflektierten Zentralstrahlen wieder durch einen Punkt hindurchgehen.

7. Das Fernrohr.

Das an dem Teilkreis befestigte Fernrohr durfte, wie wir oben (S. 24) gesehen haben, keine zu schwache Vergrößerung haben, da sonst die Einstellung der Marke M auf das von L_2 entworfene Spaltbild nicht mit der gewünschten Genauigkeit erfolgen konnte. Erstrebt wurde ursprünglich eine solche von 1″ für eine einzelne Einstellung d. h. das Fernrohr hätte mindestens 60 fache Vergrößerung haben müssen. Da mir ein solches Fernrohr nicht zur Verfügung stand, so begnügte ich mich mit einer schwächeren Vergrößerung. Um ferner der bei starker Vergrößerung eintretenden starken Lichtschwächung zu begegnen, brachte ich einen Vorschlag in Anwendung, der zuerst von L. Schönn[1]) gemacht worden und später von andrer Seite oft wiederholt und auch ausgeführt worden ist, nämlich die Verwendung von Cylinderlinsen im Spektrometerfernrohr. Soret[2]) hat solche schon anstelle des sphärischen Objektivs benutzt. Lippich[3]) schlägt vor als Okular eine Cylinderlinse mit vertikalstehender Axe zu wählen, da durch eine solche ja das vom Objektiv erzeugte vertikale Spaltbild nur in horizontaler Richtung durch

1) L. Schönn, Pogg. Ann. 144, S. 334—35. 1871.

2) Soret, J. L., Ann. chim. et phys. (5) II., S. 72—86. 1877.

3) Lippich, Zeitschrift f. Instrk. 4, S. 1—8. 1884.

das Okular vergrößert wird, während die unnötige Vergrößerung in vertikaler Richtung vermieden und somit größere Lichtintensität als bei einem aus sphärischen Linsen bestehenden Okular von gleicher Brennweite erzielt wird. Das von mir benutzte Fernrohr wurde zunächst mit einem aus zwei cylindrischen Linsen mit parallel gerichteten Axen bestehenden Ramsdenschen Okular versehen, wodurch eine 52fache lineare Vergrößerung erreicht wurde. Jedoch erwies sich bei der Benutzung des Fernrohrs das Spaltbild so wenig scharf und brauchbar — wohl wegen der allzu großen Stärke des Okulars, dessen Äquivalentbrennweite nur ca. 5 mm betrug — daß ich auf die Verwendung des Okulars in dieser Weise verzichten mußte.

Ich stellte nun die Axen der beiden Okularlinsen gekreuzt zueinander, indem die stärkere, dem beobachtenden Auge zunächst gelegene Linse mit ihrer Axe parallel dem vertikalen Spalt, die schwächere mit ihrer Axe senkrecht dazu gestellt wurde, sodaß also in horizontalem Sinn immer noch eine stärkere Vergrößerung als in vertikalem hervorgerufen wurde. Das im Fernrohr gesehene Spaltbild war jetzt hinreichend scharf, um Einstellungen darauf machen zu können. Die Vergrößerung im horizontalen Sinn, auf die es ja ankommt, war jetzt eine 34fache, sodaß Winkeldifferenzen von etwa 2″ mit dem Fernrohr aufgelöst wurden. Da nun die gekreuzten Cylinderlinsen des Okulars verschiedene Brennweite haben, so ist ein in einem solchen Okular befindliches Fadenkreuz bei keiner Entfernung desselben von den Linsen zu sehen, sondern nur ein geradliniger Faden, der mit der Brennlinie einer der beiden Linsen zusammenfällt. Der von mir zur Einstellung benutzte Okularfaden wurde natürlich parallel der Axe der stärkeren Okularlinse in ihrer Brennebene aufgestellt.

Schwierigkeiten machte anfänglich die Beleuchtung des Okularfadens, welche ja notwendig war, da nach dem oben auseinandergesetzten Prinzip der Wirkungsweise des Apparates die Reflexionswinkel am Spiegel gemessen werden und zu diesem Zwecke das Fernrohr senkrecht auf den Spiegel gerichtet werden muß. Die Okularlinsen lagen wegen der Stärke des Okulars so dicht zusammen, daß eine unter 45° gegen die Fernrohraxe

geneigte, von der Seite beleuchtete Spiegelglasplatte, wie sie die bekannten Gauß'schen Okulare besitzen, nicht angebracht werden konnte. Ich versuchte daher, was ja sonst in Ermangelung eines Gauß'schen Okulars in Anwendung gebracht zu werden pflegt, vor dem Okular einen solchen Beleuchtungsspiegel anzubringen, der natürlich eine kleine von Belegung freie Stelle zum Hindurchsehen aufwies. Doch auch hiermit wurde nichts erreicht, da wegen der sehr kleinen äußeren Okularlinse — sie hatte einen Durchmesser von 4 mm — so wenig von dem am Beleuchtungsspiegel reflektierten Licht durch sie hindurchging und den Okularfaden beleuchtete, daß dieser selbst nur schlecht und von einem durch die am „Cylinderspiegel" reflektierten Strahlen in der Okularbrennebene erzeugten Bild des Fadens nichts zu sehen war. Dagegen lieferte folgendes Verfahren, welches in Anwendung kam, ein gutes Resultat. Vor dem Objektiv des Fernrohrs wurde unter etwa 45° Neigung gegen die vertikale, durch das Fernrohr gelegte Ebene von rechts her ein am Fernrohr befestigter kleiner Spiegel eingeschoben und von links her mit einer Glühlampe beleuchtet. Die nach dem Okularfaden zu gelegene plane Fläche der inneren Okularlinse reflektierte die von dem Beleuchtungsspiegel kommenden Lichtstrahlen und beleuchtete so den Okularfaden von der Seite der Okularlinsen her, was ja notwendig ist, um ein Bild des Fadens beim Senkrechtstellen des Fernrohrs auf den „Cylinderspiegel" im Fernrohr sehen zu können. Dieses Bild war zunächst wegen des direkten Lichtes, welches von dem Beleuchtungsspiegel durch das Fernrohr hindurch ins Auge gelangte und das ganze Gesichtsfeld natürlich hell erscheinen ließ, nicht zu sehen. Wurde aber die linke Hälfte des Okulars durch ein kleines Schirmchen verdeckt und dadurch die linke Hälfte des Gesichtsfeldes verdunkelt, so erschien bei entsprechender Stellung des Fernrohrs zum reflektierenden „Cylinderspiegel" d. h. bei nahezu senkrechter Stellung in der verdunkelten Hälfte des Gesichtsfeldes das Bild des Okularfadens sehr deutlich, sich schwarz vom hellen Hintergrund abhebend, und konnte mit dem Okularfaden selbst zur Deckung gebracht werden. Die Abblendung vor dem Okular muß natürlich so geschehen, daß der Okularfaden selbst noch in dem verdunkelten Teile des Gesichtsfeldes liegt und daher hell auf dunklem Grunde

erscheint, da das Bild des Fadens beim Eintritt in den rechten hellen Teil des Gesichtsfeldes ja verschwindet und daher mit dem Faden nicht zur Deckung gebracht werden kann.

III. Justierung des Apparates.

1. Justierung des „Cylinderspiegels".

Für die Justierung des Apparates war zunächst die des „Cylinderspiegels" erforderlich. Wie wir oben (S. 22) gesehen haben, muß der Planspiegel *S* parallel zu seiner außerhalb liegenden Drehaxe *B* und weiterhin senkrecht zu der durch die Axe *B* und den ihr parallelen Zapfen *C'* gelegten Ebene liegen. Zur Erreichung dieses Zweckes wurde zunächst an dem Schlitten *Q* (Fig. 8a) des „Cylinderspiegels" ein aus einem versilberten Planparallelglas bestehender rechteckiger Hilfsspiegel *S'* angeschraubt, der sich um drei zueinander senkrechte Richtungen in gewissem Spielraum drehen ließ. Die Messingfassung des Hilfsspiegels war nämlich, wie Fig. 8a erkennen läßt, um die vertikal übereinander stehenden Zapfen *c* und *d*, welche in dem knieförmigen Messingstück *P* saßen, durch Anziehen der ebenfalls in *P* sitzenden Schraube *s'* drehbar und wurde durch die Feder *f* in ihrer jeweiligen Lage festgehalten. Das knieförmige Messingstück *P* selbst war drehbar um ein horizontal liegendes an *P* angelötetes Stäbchen *t*. Mittels der Schrauben *r* und *s* erfolgte die Drehung des Hilfsspiegels um das Stäbchen. Endlich war die Öffnung in *P*, durch welche die Schraube *s* hindurchging, etwas erweitert worden, sodaß sich *P* auch um die Schraube *r* in kleinem Spielraum drehen ließ. (Die Schrauben *r* und *s* durften zum Anschrauben des Hilfsspiegels benutzt werden, da ja die Kniestücke *J* und *Q* zu einem Ganzen zusammengelötet waren und nicht von *r* und *s* zusammengehalten wurden). Der Hilfsspiegel *S'* wurde zunächst der Drehaxe *B* des „Cylinderspiegels" parallel gestellt, wozu jedoch noch ein unter der Axe *B* am Cylinderspiegel befestigtes Planparallelglas benötigt wurde, da die Rückfläche des Hilfsspiegels *S'* durch seine Messingfassung und die Platte *P* verdeckt war. Das mit einem aus sphärischen Linsen bestehenden Okular und mit Fadenkreuz versehene Fern-

rohr wurde senkrecht auf die eine Fläche des Planparallelglases gerichtet und nach Drehen der Axe *B* um 180° die sich ergebende Differenz von Fadenkreuz und Bild zur Hälfte am Fernrohr, zur Hälfte am Planparallelglas korrigiert, sodaß dieses schließlich parallel der Axe *B* und das Fernrohr senkrecht darauf stand. Nachdem dann der Hilfsspiegel dem Fernrohr gegenüber gestellt und durch Drehen um die Schraube *r* wieder Fadenkreuz mit Bild zur Deckung gebracht worden war, stand er parallel der Axe *B* und mußte nun weiterhin parallel gestellt werden zu der durch die Axe *B* und den Zapfen *C'* gelegten Ebene, welche ja ihrerseits, wie wir oben (S. 27) beim Bau des „Cylinderspiegels" gesehen haben, parallel der Verschiebungsrichtung des Schlittens ist. Zu dem Zweck wurde der ganze „Cylinderspiegel" aus der ihn tragenden Platte *E* herausgenommen und mit seiner Grundplatte *H* fest eingespannt, wozu eine schwere Drehbank benutzt wurde. Darauf wurde ein fest aufgestelltes starkes Mikroskop ungefähr senkrecht auf die Oberfläche des Hilfsspiegels gerichtet und zwar so, daß der eine scharfe in der Spiegelfläche gelegene Endpunkt *a* der Kante *a b* des Hilfsspiegels in der Mitte des Mikroskops erschien. Dann wurde der Schlitten soweit verschoben, daß der andere Endpunkt *b* der Kante *a b* im Gesichtsfeld erschien und durch Drehen des Hilfsspiegels um die zweite seiner Drehrichtungen, das Stäbchen *t*, bewirkt, daß beim Verschieben des Schlittens die Punkte *a* und *b* nacheinander durch die Mitte des Mikroskops hindurchgingen. Um bei dieser Verschiebung scharfe Bilder von *a* und *b* zu erhalten, mußte die Fläche des Spiegels wenigstens annähernd schon parallel der Verschiebungsrichtung des Schlittens liegen, was durch gleichzeitiges Drehen des Spiegels um die dritte seiner Drehrichtungen, die Richtung *c d*, bewirkt wurde. Die genaue Parallelstellung der Hilfsspiegelfläche zur Verschiebungsrichtung des Schlittens erfolgte nun, indem jetzt das Mikroskop in der Ebene der Hilfsspiegelfläche liegend auf den Punkt *a* gerichtet und durch Drehen des Spiegels um die Axe *c d* bewirkt wurde, daß beim Verschieben des Schlittens die Punkte *a* und *b* nach einander durch die Mitte des Mikroskops hindurchgingen. Somit stand der Hilfsspiegel parallel der Axe *B* und parallel der Verschiebungsrichtung des Schlittens d. h. zu-

gleich parallel zu der durch B und C' gelegten Ebene. Zur Sicherheit wurde dies ganze Verfahren noch einmal wiederholt.

Nunmehr wurde der „Cylinderspiegel“ wieder in der ihn tragenden Eisenplatte E drehbar festgeschraubt und zunächst der Hauptspiegel S parallel der Drehaxe B des „Cylinderspiegels“ gestellt. Da schon beim Bau des Cylinderspiegels auf möglichste Rechtwinklichkeit aller der Teile, bei denen es erwünscht bezw. erforderlich war, Rücksicht genommen war, so war zur Erreichung dieser Parallelstellung ausreichend, die kleine erforderliche Drehung des Spiegels S durch mehr oder weniger festes Anziehen des kleinen Schräubchens zu bewirken, welches den kleinen mit einer Unterlagscheibe aus Papier versehenen Bock v (Fig. 8) mit dem Schlitten J verbindet. Im übrigen wurde der Spiegel in der oben schon erwähnten bekannten Weise der Axe B parallel gestellt. Zur weiteren Justierung des Spiegels S fehlte also jetzt noch, daß er senkrecht zu der durch die Axe B und den Zapfen C' gelegten Ebene gestellt werden mußte. Zur Erreichung dieses Zieles war der Hilfsspiegel S' angebracht worden. Zunächst wurden jetzt die Drehaxe B des Cylinderspiegels und die Drehaxe des darunterstehenden Teilkreises parallel gestellt, sodaß die Visierlinie des mit dem Teilkreis verbundenen Fernrohrs, welche vermittels einer parallelen Glasplatte in bekannter Weise[1]) senkrecht zur Drehaxe des Teilkreises gestellt war, bei allen Stellungen des „Cylinderspiegels“ allein durch Nachdrehen des Fernrohrs um die Teilkreisaxe senkrecht auf den Spiegel S gestellt werden konnte. Diese Justierung erfolgte vermittels der Fußschrauben des Teilkreises, indem der Spiegel senkrecht zur Verbindungslinie zweier Fußschrauben des Teilkreises und das Fernrohr mittels einer dieser beiden Fußschrauben senkrecht auf den Spiegel gerichtet wurde. Dann stand das Fernrohr auch beim Drehen des Spiegels um 180° und Nachdrehen des Fernrohrs wieder senkrecht auf dem Spiegel. Nach Drehung des Spiegels um 90° und Nachdrehen des Fernrohrs wurde dieses vermittels der dritten Fußschraube des Teilkreises senkrecht auf den Spiegel gerichtet. Damit standen die Drehaxen von Spiegel und Teilkreis parallel.

---

1) Kohlrausch, F., Lehrbuch der prakt. Physik. S. 271, 1910.

Da nun, wie wir oben gesehen haben, der Hilfsspiegel S' parallel der Drehaxe B und der durch B und C' gelegten Ebene stand, so mußte jetzt der Hauptspiegel S, der ja, wie oben gezeigt, senkrecht auf dieser Ebene stehen muß, senkrecht zum Hilfsspiegel gestellt werden. Zu dem Zweck wurde der „Cylinderspiegel" jetzt festgeklemmt, sodaß er sich nicht drehen konnte, das Fernrohr senkrecht auf den Hilfsspiegel gerichtet und darauf um genau 90° gedreht, die am Teilkreis abgelesen wurden, sodaß es jetzt auf dem Hauptspiegel fast senkrecht stand. Das Fadenkreuz und sein Bild wurden nun zur Deckung gebracht, indem der Hauptspiegel S, der sich ja um die Axe xy in gewissem kleinen Spielraum drehen läßt (Fig. 8), durch Justieren mittels der kleinen durch Federdruck stets in ihrer jeweiligen Lage gehaltenen Schraube u senkrecht zur Sehrichtung des Fernrohrs gestellt wurde. Durch nochmaliges Zurückdrehen des Fernrohrs um 90° überzeugte ich mich, daß Fadenkreuz und Bild wieder koinzidierten. Damit stand also der Spiegel S parallel der Drehaxe B und senkrecht zu der durch B und den Zapfen C' gehenden Ebene.

2. Parallelstellen der drei Drehaxen.

Für die weitere Justierung des Apparates mußten zunächst die drei Drehaxen des Hauptarms, des „Cylinderspiegels" und des darunterstehenden Teilkreises parallel gestellt werden. Da die Axe O (Fig. 4) fest eingegipst war, so mußten die beiden andern zu ihr parallel justiert werden. Der Hauptarm wurde dabei zunächst noch nicht eingesetzt, dagegen der Kollimatorarm, und nach Einstellen desselben auf Parallelstrahlen wurde der Spalt parallel der Drehaxe O gestellt, indem zuerst der Okularfaden des wieder mit dem Cylinderokular versehenen Fernrohrs mit dem Bild des Spaltes der ganzen Länge nach zur Deckung gebracht, darauf der Kollimator um 180° gedreht und das durch Zwischenschieben einer nun erforderlichen Hilfskollimatorlinse erzeugte Spaltbild wieder mit dem Faden des Fernrohrs zur Deckung gebracht wurde, wobei die sich gegen vorher ergebende Winkeldifferenz zur Hälfte durch Drehen des Okulars, zur andern

Hälfte durch Drehen des Spaltes in seiner Ebene korrigiert wurde. Dies wurde wiederholt, bis in beiden Stellungen des Spaltes sein Bild der ganzen Länge nach mit dem Okularfaden koinzidierte, womit der Spalt parallel der Drehaxe O stand.

Des weiteren mußte dieser Drehaxe die Axe des unter dem „Cylinderspiegel“ stehenden Teilkreises parallel gestellt werden, zu welchem Zwecke zunächst der „Cylinderspiegel“ aus der ihn tragenden Platte E herausgenommen und mit seiner Axe in ein mit einer entsprechenden konischen Bohrung versehenes Tischchen, welches fest auf dem Teilkreis aufgestellt war, von oben her drehbar eingelassen wurde, sodaß also der Zapfen C' nach oben ragte. Mittels der drei an dem Tischchen angebrachten Fußschrauben wurden die Drehaxen des Teilkreises und des darauf stehenden „Cylinderspiegels“ parallel gestellt, sodaß bei einer beliebigen Drehung des Teilkreises durch Zurückdrehen des Spiegels um seine Drehaxe das Fadenkreuz des unabhängig vom Teilkreis dem Spiegel senkrecht gegenüber fest aufgestellten, mit dem sphärischen Okular versehenen Fernrohrs immer mit seinem Bild zur Deckung kam.

Der Teilkreis wurde nun so aufgestellt, daß die Verbindungslinie zweier seiner Fußschrauben — in Fig. 10 sind dies die Schrauben 1 uud 2 — ungefähr parallel der Richtung der Verbindungslinie von Kollimatordrehaxe O und Teilkreisdrehaxe D standen. Auf dem ebenfalls um O drehbaren Prismentischchen T' war noch ein Hilfsspiegel S_1 aus Planparallelglas in bekannter Weise parallel zur Drehaxe O angebracht worden. Das Fernrohr wurde wieder unabhängig vom Teilkreis feststehend und ebenfalls annähernd parallel der Verbindungslinie der Schrauben 1 und 2 aufgestellt. Der Hilfsspiegel S_1 wurde darauf so gedreht, daß ein Bild des Fadenkreuzes in dem ihm senkrecht gegenüberstehenden Fernrohr erschien, das mit dem Fadenkreuz selbst durch entsprechendes Justieren des Fernrohrs zur Deckung gebracht wurde, sodaß also jetzt die Visierlinie des Fernrohrs senkrecht zur Drehaxe O stand, da dieser ja der Hilfsspiegel parallel war. Nun wurde der Spiegel S, der bisher natürlich so stand, daß er den Strahlenverlauf vom Fernrohr zum Spiegel S_1 und zurück nicht störte, durch Herumdrehen

und Justieren an Fußschraube 1 oder 2 ebenfalls parallel zu O gestellt, indem wieder das Fadenkreuz mit dem durch Reflexion an S im Fernrohr erzeugten Bild zur Deckung gebracht wurde, ohne daß natürlich an der Stellung des Fernrohrs etwas geändert wurde. Die Drehungsaxe D des Teilkreises, der ja Spiegel S parallel ist, lag also jetzt annähernd in einer den Spiegeln S und S_1 und der Drehaxe O parallelen und auf der Verbindungsslinie der Fußschrauben 1 und 2 senkrecht stehenden Ebene, worin sie auch bei der mit Hilfe der Schraube 3 weiterhin erfolgenden Justierung annähernd bleiben mußte.

Nachdem nun der Hilfsspiegel S_1 abgenommen und Spiegel S zur Seite gedreht worden war, wurde der Faden des mit dem cylindrischen Okular versehenen Fernrohrs seiner ganzen Länge nach mit dem Spaltbild zur Deckung gebracht, indem die Fernrohrrichtung parallel der Verbindungslinie von 1 und 2 gelassen wurde. Die Visierebene des Fernrohrs stand damit also parallel der Drehaxe O, welcher ja der Spalt parallel war, und wurde jetzt ungeändert so gelassen. Der dem Fernrohr gegenüberstehende Kollimatorarm wurde nun ein Stück zur Seite gedreht, wie aus Fig. 11 zu ersehen ist, seine Linse L_1 abgenommen und so vor dem Spalt aufgestellt, daß das vom Spalt kommende Licht wieder parallelstrahlig gemacht wurde und den Spiegel S treffen mußte, welcher so gedreht wurde, daß die von ihm ins Fernrohr hinein reflektierten Lichtstrahlen ein Spaltbild im Fernrohr lieferten, welches, wie ersichtlich, wegen der Neigung, welche die Drehaxe D des Teilkreises in der auf der Verbindungslinie von 1 und 2 senkrechten Vertikalebene noch besaß, mit dem Faden des Fernrohrs nicht zur Koinzidenz kam. Dies wurde durch Heben der Axe D und damit des Spiegels S vermittels der Fußschraube 3 des Teilkreises erreicht. Damit stand der Spiegel dem Spalt und der Drehaxe O parallel. Die Drehaxe D des Teilkreises, die dem Spiegel S parallel ist, lag also jetzt in einer zweiten der Drehaxe O parallelen Ebene, da sie ja, wie oben schon gesagt, bei der Justierung an Schraube 3 in der ersten, zu O parallelen, auf 1—2 senkrechten Ebene, geblieben war. Damit stand sie also der Drehaxe O selbst parallel. Durch mehrmalige Wiederholung des ganzen Verfahrens wurden die Fehler verkleinert.

Nachdem das Fernrohr wieder am Teilkreis und der „Cylinderspiegel“ in der ihn tragenden Eisenplatte angebracht waren, konnte nun leicht die Axe des „Cylinderspiegels“ der Axe des darunterstehenden Teilkreises in derselben Weise wie oben (S. 37) schon einmal auseinandergesetzt, parallel gerichtet werden; natürlich erfolgte jetzt die erforderliche Justierung nicht mittels der Fußschrauben des Teilkreises, sondern mittels der drei die Eisenplatte auf den Eisenstäben befestigenden Schrauben. Damit standen also jetzt alle drei in Betracht kommenden Drehaxen parallel.

3. Justierung des Hauptarms.

Weiterhin war noch der Hauptarm mit dem auf ihm sitzenden Schlitten, den Linsen und der Marke zu justieren.

Der Schlitten muß, wie wir oben gesehen haben, sich so bewegen, daß die cylindrische Bohrung C (Fig. 6), in welcher der Zapfen C' des Cylinderspiegels angreift, stets in der durch die Drehaxe O des Arms und die Bohrung C gelegten Ebene verbleibt. Zur Erreichung dieses Zieles wurde ein genau in die Hülse H_1 (Fig. 6a) des Hauptarms passender Hilfskonus O_1 gedreht, welcher in ein konaxiales cylindrisches Stück J von etwa 7 mm Durchmesser endigte. Ebenso wurde ein genau in die Bohrung C des Schlittens passender Hilfszapfen C_1 (Fig. 6b) angefertigt, der ebenfalls in ein konaxiales cylindrisches Stück K von genau gleicher Dicke wie J (Fig. 6a) endigte. Die Gleichheit der Durchmesser von J und K wurde mit Hilfe eines guten Dickenmessers festgestellt, welcher Dickendifferenzen von $^1/_{100}$ mm direkt an den Teilstrichen ablesen und Bruchteile davon noch bequem abschätzen ließ. Nachdem die Führung des mit dem Hilfszapfen ausgerüsteten Schlittens mittels der zwei starken Schrauben R und T (Fig. 6) auf dem Hauptarm aufgeschraubt war, wurde der den Hilfskonus O_1 tragende Hauptarm auf einer Drehbank fest eingeklemmt, sodaß der Hilfszapfen und der Hilfskonus, welche ja nichts andres repräsentieren als die Drehaxe O und den Zapfen C' in Fig. 4, horizontal lagen. Sodann wurde über die gleich dicken cylindrischen Stücke J und K ein $^8/_{100}$ mm dicker Draht gelegt, welcher an dem über J hinausragenden

Ende starr befestigt und durch ein am andern, über K herabhängenden Ende befestigtes Gewicht von mäßiger Größe in Spannung gehalten wurde. Senkrecht gegen den Draht wurde ein feststehendes, horizontal liegendes Mikroskop gerichtet und auf den oberen Rand des dünnen Drahtes an dem einen Ende der Schlittenführung d. i. etwa bei R in Fig. 6 eingestellt, wo sich auch der Schlitten L etwa befand. Bei Verschiebung des Schlittens von R nach T werden sich nun bei einer beliebigen Richtung dieser Verschiebung Höhendifferenzen der betrachteten Drahtstelle im Mikroskop zeigen. Verschiebt sich dagegen der Schlitten so, daß die Axen von J und K immer in ein und derselben Ebene verbleiben, wie es ja gewünscht wird, so tritt bei Verschiebung des Schlittens, da J und K gleich dick sind, keine Hebung oder Senkung des Drahtes ein. Durch Lockerung der Schrauben T und R, um deren eine sich die Schlittenführung in einem gewissen kleinen Spielraum drehen ließ, konnte diese leicht in die gewünschte Lage gebracht werden, deren Unveränderlichkeit nach Wiederanziehen der Schrauben nochmals kontrolliert wurde.

Nunmehr konnte zur Justierung der Linsen L_2 und L_3 und der Marke M (Fig. 4) geschritten werden. Wie wir oben (S. 22 ff.) sahen, sollen die Mitten der Linsen, und die Marke M in der vertikalen Verbindungsebene der Drehaxen O und des Zapfens C' liegen, damit die auf L_2 dieser Verbindungsebene parallel auftreffenden Parallelstrahlenbündel sich in M zum Spaltbild vereinigen und L_3 wieder parallel zur Ebene OC' verlassen. Doch ist, wie man sieht, hierzu hinreichend, daß die durch die Linsenmitten und die Marke gelegte Vertikalebene parallel zu der Verbindungsebene OC' liegt, sodaß in Fig. 4 L_2, M und L_3 auch um ein gleiches Stück seitlich verschoben gedacht werden können, ohne daß dadurch an der Richtung des Strahlengangs vor L_2 und hinter L_3 etwas geändert würde.

Um die Aufstellung von L_2, L_3 und M in erforderlicher Weise bewirken zu können, war es zunächst notwendig, an dem Schlitten einen Hilfsspiegel anzubringen, und zwar wurde ganz ebenso, wie oben (S. 35 ff.) bei Anbringung des Hilfsspiegels am „Cylinderspiegel“ auseinandergesetzt ist, der auf dem Schlitten L (Fig. 6) fest aufgeschraubte Hilfsspiegel mit Hilfe von Fernrohr

und Mikroskop so justiert, daß seine Ebene parallel der Verschiebungsrichtung des Schlittens und parallel dem Zapfen C' d. h. damit auch der Axe B stand. Damit war die Oberfläche des Hilfsspiegels parallel zu der durch O und C' gelegten Verbindungsebene. Der Hilfsspiegel war so angebracht, daß in der Grenzstellung, welche der Arm überhaupt einnehmen kann d. h. also, wenn die Ebene $O\,C'$ den „Cylinderspiegel" S tangiert (Fig. 14), dieser selbst und der Hilfsspiegel dicht nebeneinander und zwar parallel zueinander lagen. Diese Stellung wurde dadurch genau bestimmt, daß das Fernrohr zugleich auf beide Spiegel gerichtet wurde, sodaß das vom beleuchteten Fadenkreuz ausgehende Licht z. T. den Hauptspiegel S, z. T. den Hilfsspiegel traf und im Fernrohr zwei Bilder des Fadenkreuzes entstanden, welche durch Drehen des „Cylinderspiegels" zur Deckung gebracht wurden. Das Fernrohr wurde dabei vom Teilkreis abgenommen und besonders aufgestellt, da sonst nur der Hauptspiegel S allein von den Lichtstrahlen getroffen wurde. In dieser Stellung, bei der also die Verbindungsebene $O\,C'$ den „Cylinderspiegel" tangiert, wurde dieser und damit der Arm unbeweglich festgestellt, das Fernrohr wieder am Teilkreis befestigt, mit dem cylindrischen Okular versehen und senkrecht auf den Spiegel S gestellt, nachdem vorher durch Einstellen auf den Spalt sein Okularfaden diesem genau parallel gestellt worden war. Durch Drehen des Fernrohrs um genau 90^0, die am Teilkreis abgelesen wurden, wurde das Fernrohr dann in die Richtung der Verbindungsebene $O\,C'$ gebracht und in dieser Stellung festgelegt. Der Kollimator wurde nun so gedreht, daß die von dem beleuchteten Spalt kommenden Lichtstrahlen im Fernrohr am Ort des Fadens ein Spaltbild lieferten, sodaß also der Kollimator jetzt ebenfalls parallel der Ebene $O\,C'$ stand und festgestellt wurde. Die Linsen L_2 und L_3 und die Marke M mußten nun so aufgestellt werden, daß das Spaltbild unverändert mit dem Faden des Fernrohrs und zugleich mit der Marke M koinzidierte.

Zunächst wurde die achromatische Plankonvex-Cylinderlinse L_3 mit vertikalstehender Axe eingeschoben und festgeschraubt, sodaß ihre Mitte möglichst in die Ebene OC' zu liegen kam und ihre Planfläche senkrecht auf dieser Ebene und auf der Fläche des Armes stand. Vor allem mußte die Axe der Cylinder-

linse genau parallel dem Spalt stehen. Da ohne L_2 ja jetzt im Fernrohr am Ort des Fadens kein Spaltbild erzeugt wurde, so wurde provisorisch an Stelle von L_2 eine sphärische Sammellinse in entsprechender Entfernung von L_3 eingeschoben, sodaß am Ort des Fadens im Fernrohr ein Spaltbild erzeugt wurde. Geneigte Stellung der Axe der Cylinderlinse L_3 zeigte sich durch Unschärfe und Verzerrung des Spaltbildes. Mittels der drei Schräubchen, welche die Justierung von L_3 gestatteten, wurde die Linse in die richtige Lage gebracht, sodaß das Spaltbild jetzt scharf und deutlich war und bei richtiger Stellung der provisorischen Linse L_2 mit dem Faden koinzidierte.

Darauf wurde die auf dem Planparallelglas eingeritzte Marke M so eingeschoben, daß auch sie mit dem Faden der ganzen Länge nach zusammenfiel. Die Fläche des Glases mußte senkrecht zur Ebene OC' stehen, da sonst eine seitliche Verschiebung des Spaltbildes erfolgte. Die kleine Verschiebung die das Spaltbild in der Richtung OC' durch die Parallelplatte erfuhr, war von geringem Einfluß auf die Deutlichkeit des Spaltbildes im Fernrohr. Nach Fixierung der Marke M wurde jetzt die provisorische Linse L_2 fortgenommen und statt ihrer die achromatische Cylinderlinse L_2 mit vertikaler Axe so aufgesetzt und festgeschraubt, daß wieder das scharfe Spaltbild mit der Marke M und dem Okularfaden zusammenfiel.

Hiermit war die erforderliche Aufstellung der Linsen und der Marke und damit zugleich die Justierung des ganzen Apparates erreicht.

E. Messungen mit dem Apparat.

Was die mit dem Apparat vorgenommenen Messungen betrifft, so ist zu bemerken, daß nicht beabsichtigt war, eine größere Anzahl von Messungen auszuführen, sondern nur einige, um die mit dem Apparat zu erreichende Genauigkeit und seine Verwendbarkeit für Messungen feststellen zu können. Die vorgenommenen Messungen waren zweierlei Art. Einerseits wurden beliebige kleine Drehungen, welche der Hauptarm erfuhr, gemessen, andrerseits einige kleine Ablenkungen, welche ein Prisma hervorrief.

I. Bestimmung der Apparatkonstanten.

Es war zunächst erforderlich, die in der Formel II S. 23 für die Berechnung einer kleinen Ablenkung:

$$\omega_1 = \omega'' - \omega' = \arcsin\left(\frac{r}{A}\sin\varphi_2\right) - \arcsin\left(\frac{r}{A}\sin\varphi_1\right)$$

auftretende Apparatkonstante $\frac{r}{A}$ zu bestimmen. r ist ja der Radius des „Cylinderspiegels“ (Figur 5) und A die Entfernung OB der festen Drehpunkte von Arm und Spiegel. Die Kenntnis der absoluten Werte dieser beiden Größen ist nicht erforderlich, sondern nur die ihres Verhältnisses. Dem „Cylinderspiegel“ wurde ein Radius von etwa 18 mm gegeben. Wie man aus Figur 14 sieht, ist $\frac{r}{A}$ gleich dem sin des halben Winkels, welcher von den beiden Grenzstellungen des Armes, d. h. den Stellungen,

in denen er den „Cylinderspiegel“ tangiert, eingeschlossen wird. Nennen wir den ganzen Winkel zwischen diesen beiden Grenzstellungen ω_m, so ist also $\frac{r}{A} = \sin \frac{\omega_m}{2}$.

Es mußte also der Winkel ω_m bestimmt werden und zwar geschah dies, indem der Arm von der einen in die andere Grenzstellung durch Drehen des „Cylinderspiegels“ gebracht und der dabei vom Arm überstrichene Winkel ω_m mittels einer Spiegelablesung gemessen wurde, deren Spiegel über der Drehaxe O des Arms stehend fest auf dem Arm aufgeschraubt war und somit dessen Drehung mitmachte. Festgestellt wurden die beiden Grenzstellungen des Armes durch direkte Beobachtung der Marke M durch die Linse L_3 hindurch mit dem Fernrohr. Für diese Marke M sind ja die Grenzstellungen des Armes Umkehrpunkte ihrer Bewegung bei Drehung des „Cylinderspiegels“, und diese Umkehrpunkte wurden eben festgestellt. Sie waren wegen des ziemlich großen Spielraums, den in den beiden Grenzstellungen des Armes die Drehung des „Cylinderspiegels“ besitzt, ohne daß dabei der Arm gedreht wird, leicht mit dem Fernrohr festzustellen. Der Spiegel der Spiegelablesung war natürlich parallel der Drehaxe O und mit seiner Fläche möglichst genau über diese hinweggehend auf dem Hauptarm so aufgeschraubt, daß seine Fläche ungefähr parallel zu der Armrichtung stand. Drei Schrauben dienten zu seiner Justierung. Im übrigen waren die Aufstellung der Skala und des Ablesefernrohrs in erforderlicher Weise[1]) bewirkt, indem in der einen Grenzstellung des Armes der Fußpunkt des vom Spiegel auf die Skala gefällten Lotes, d. h. der mittlere Skalenteil in dem über diesem Punkt stehenden Ablesefernrohr mit dem Fadenkreuz zusammenfällt. Die Skala war in mm geteilt; das Ablesefernrohr hatte etwa 20fache Vergrößerung. Der Abstand von Spiegel und Skala wurde mittels eines dicht über beide hinweg gezogenen Fadens, der an einem Ende starr befestigt, am andern Ende frei hängend durch ein angehängtes Gewicht in Spannung gehalten wurde, gemessen. Die Punkte, in denen der Faden von der verlängerten Spiegelfläche und Skalenfläche

1) Kohlrausch, Lehrbuch der prakt. Phys. S. 103 ff., 1910.

geschnitten wurde, waren durch Striche markiert, deren Abstand nachher mit dem Maßstab gemessen wurde, indem der Faden über einen langen Experimentiertisch gelegt, an einem Ende wieder starr befestigt, am anderen freihängend mit demselben spannenden Gewicht belastet wurde. Der verwendete Maßstab wurde ebenso wie der Skalenmaßstab der Spiegelablesung mit einer Normalmeterkopie verglichen. Mehrmalige Einstellungen des Armes in die beiden Grenzstellungen ergaben stets dieselben Skalenpunkte im Ablesefernrohr. Ist e die beobachtete Skalenverschiebung, A' der Abstand von Spiegel und Skala, so ist das gesuchte

$$\frac{r}{A} = \sin\frac{\omega_m}{2} = \frac{e}{4A'}\left(1 - \frac{11}{32}\frac{e^2}{A'^2}\right)^{1)}$$

e ergab sich zu 315,5 mm, A' zu 2198,5 mm und damit

$$\frac{r}{A} = \sin\frac{\omega_m}{2} = 0{,}03562276 = \sin 2^0 2' 29'',28.$$

II. Messung beliebiger Drehungen des Hauptarmes.

Nachdem so die Apparatkonstante bestimmt worden war, wurden dem Arm durch Drehen des „Cylinderspiegels“ beliebige Drehungen erteilt, indem von einer Grundstellung des Armes ausgegangen wurde, wie sie etwa in Figur 5 durch OC' dargestellt ist, und darauf der „Cylinderspiegel“ um ein willkürliches Stück gedreht wurde, sodaß der Arm in eine etwa durch OC'' in Figur 5 dargestellte Lage kam. Indem nun in beiden Stellungen des Armes die Reflexionswinkel der von der Marke M ausgesandten, durch L_3 parallel gemachten Lichtstrahlen durch Einstellen des Teilkreisfernrohrs auf die Marke und nachfolgendes Senkrechtstellen auf den „Cylinderspiegel“ am Teilkreis abgelesen wurden, konnte die beliebige Drehung nach Formel II S. 23 berechnet werden. Zugleich wurde die beliebige Drehung des Armes mit der bei der Bestimmung des Apparatkonstanten

1) l. c. S. 105.

benutzten Spiegelablesung gemessen und die beiden erhaltenen Resultate verglichen. Da die Drehung des Spiegels und des Armes eine ganz beliebige war, so konnte jede dieser beliebigen Drehungen nur einmal vorgenommen und gemessen werden. Der Kollimator kam hierbei noch nicht zur Verwendung und damit auch nicht die Einstellung der Marke *M* auf das Spaltbild. Dies wurde erst bei den weiter unten aufgeführten Messungen von Brechungsexponenten in Anwendung gebracht und damit eigentlich erst der Apparat in seiner ganzen Wirkungsweise geprüft. Die Messungen der beliebigen kleinen Drehungen des Armes ergaben folgende Resultate:

Tabelle I.

Beliebige Drehung φ	Gemessen mit		Differenz
	Spiegelablesung	Apparat	
1	5′ 48″, 9	5′ 47″, 7	— 1″, 2
2	6′ 41″, 2	6′ 44″, 0	+ 3″, 8
3	17′ 40″, 8	17′ 38″, 5	— 2″, 3
4	18′ 36″, 6	18′ 29″, 1	— 7″, 5
5	10′ 28″, 1	10′ 28″, 9	+ 0″, 8
6	13′ 38″, 9	13′ 41″, 0	+ 2″, 1
7	22′ 57″, 2	22′ 57″, 1	— 0″, 1
8	27′ 54″, 9	28′ 1″, 9	+ 7″, 0

Wie man aus dieser Tabelle ersieht, ist die Übereinstimmung zwischen den mit der Spiegelablesung und den mit dem Apparat erhaltenen Werten ziemlich gut.

Aus der für die Berechnung der Drehung φ mittels Spiegelablesung benutzten Formel: $\sin\varphi = \frac{e}{2A'}$ folgt

$$\delta\varphi = \frac{1}{2A'\sqrt{1-\frac{e^2}{(2A')^2}}}\delta e.$$

Da $A' = 2216{,}7\,mm$ betrug, so folgt, daß bei einer Änderung δe von e um $^1/_{10}$ mm sich φ um etwa 4″,7 ändert. Da nun die Skala der Spiegelablesung in Millimeter geteilt war und Unter-

teile eines Millimeters abgeschätzt werden mußten, so konnte diese Abschätzung leicht mit einem Fehler von $^1/_{10}$ mm behaftet sein und die größeren Differenzen der Messungen 4 und 8 der Tabelle I sind dadurch leicht erklärlich.

III. Messung kleiner Brechungsexponenten.

Die Messungen kleiner Brechungsexponenten geschahen mit Hilfe des früher schon beschriebenen, in einem planparallelen Trog stehenden Hohlprismas, welches mit der Lösung einer anomal dispergierenden Substanz gefüllt wurde, während der Trog das Lösungsmittel enthielt. Hierdurch wurden nur kleine Ablenkungen erzielt, welche ja erforderlich sind, da mit dem Apparat nur solche gemessen werden können. Die für die Berechnung der Brechungsexponenten geltende Formel möge im Folgenden abgeleitet werden.

1. Ableitung der Formel für die Brechungsexponenten.

Es sei D' (Figur 12) die Ablenkung eines homogenen Parallelstrahlenbündels, welches den mit dem Lösungsmittel gefüllten, zunächst als genau planparallel angenommenen Trog und das mit der Lösung gefüllte, in dem Trog symmetrisch stehende Hohlprisma durchsetzt. D sei die durch das Prisma allein hervorgebrachte Ablenkung. Die Ablenkungen sind in der Figur 12 der Deutlichkeit halber stark übertrieben gezeichnet. Ferner ist symmetrischer Durchgang des Lichtes angenommen, doch gelten die folgenden Entwicklungen wegen der sehr kleinen Ablenkungen auch für nicht allzusehr unsymmetrischen Durchgang.

Nennen wir i und r den Einfalls- bezw. Brechungswinkel beim Übergang des Lichtes von Luft in das Lösungsmittel, so ist $D' = 2i$ und $D = 2r$, also

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_m = \frac{\sin \frac{D'}{2}}{\sin \frac{D}{2}} = \frac{D'}{D}$$

wegen der nur kleinen Ablenkungen. Dabei ist mit n_m der Brechungsexponent des Lösungsmittels gegen Luft bezeichnet. Nennen wir n_{lm} den Brechungsexponenten der Lösung gegen das Lösungsmittel, ferner α den brechenden Winkel des Hohlprismas, so ist

(Formel III) $$n_{lm} = \frac{\sin \frac{\alpha + D}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad \text{oder da} \quad D = \frac{D'}{n_m} = \frac{\sin \frac{\alpha + \frac{D'}{n_m}}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

Ist der Trog nicht genau planparallel, wie es bei dem von mir benutzten der Fall war, sondern bilden seine Seitenflächen einen kleinen brechenden Winkel von der Größe x, so ist, wie Figur 13 zeigt, in der wieder Symmetrie angenommen ist,

$$D' = 2\left(i - \frac{x}{2}\right) = 2i - x \quad \text{oder} \quad i = \frac{D' + x}{2}.$$

Ebenso $$D = 2\left(r - \frac{x}{2}\right) = 2r - x \quad \text{oder} \quad r = \frac{D + x}{2}.$$

Also ist $$\frac{\sin i}{\sin r} = n_m = \frac{D' + x}{D + x} \quad \text{oder}$$

$$D = \frac{D' + x}{n_m} - x = \frac{D'}{n_m} - \frac{x(n_m - 1)}{n_m}.$$

Ist nun m die Ablenkung, welche eintritt, wenn Trog und Prisma mit dem Lösungsmittel gefüllt sind und beide zusammen daher ein mit Lösungsmittel gefülltes Prisma mit dem kleinen brechenden Winkel x vorstellen, so ist

$$n_m = \frac{\sin \frac{m + x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} = \frac{m + x}{x}$$

wegen der sehr kleinen Winkel. Hieraus folgt: $x = \frac{m}{n_m - 1}$; dies in obige Formel für D eingesetzt, gibt:

$$D = \frac{D'}{n_m} - \frac{m(n_m - 1)}{(n_m - 1) \cdot n_m} = \frac{D' - m}{n_m}.$$

Also ist

(Formel IV)
$$n_{lm} = \frac{\sin \frac{\alpha + D}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha + \frac{D' - m}{n_m}}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

2. Bestimmung des brechenden Winkels des Hohlprismas.

Der brechende Winkel α des Hohlprismas wurde bestimmt mittels eines großen Abbeschen Spektrometers mit Mikroskopablesung und ergab als Mittel aus 10 Einstellungen den Wert: $\alpha = 24^0\,59'\,55''\,8$. Der wahrscheinliche Fehler betrug $0'',70$. Eine solche Genauigkeit für die Bestimmung des brechenden Winkels war vollkommen hinreichend, wie folgende Rechnung zeigt.

$$\text{Aus } n = \frac{\sin \frac{\alpha + D}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \text{ folgt } \delta n = -\frac{1}{2} \frac{\sin \frac{D}{2}}{\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2} \delta\alpha$$

Ist nun der Winkel α wie hier etwa $= 25^0$ und nehme ich eine Ablenkung D von $1'$ an (die von mir gemessenen Ablenkungen waren noch kleiner), so ergibt sich

$$\delta n = -\,0{,}0015524\,\delta\alpha.$$

Für einen wahrscheinlichen Fehler $\delta\alpha$ von $1''$ ($= 0{,}00000485$ im Bogenmaß) bei der Bestimmung von α ergibt sich

$$\delta n = -\,0{,}00000000753.$$

Der Fehler von α macht sich also erst in der 9. Dezimale des Brechungsexponenten bemerkbar, braucht also nicht berück-

sichtigt zu werden. Daher ist obige Bestimmung von α, welche mit einem wahrscheinlichen Fehler von 0",70 behaftet ist, vollkommen hinreichend genau.

3. Bestimmung der Ablenkung durch den mit Alkohol gefüllten Trog und das Prisma.

Die von mir untersuchten Lösungen waren alkoholische Lösungen von Fuchsin, wie sie von Sieben[1]) untersucht worden sind, und es mußte daher zunächst die Ablenkung untersucht werden, welche durch Trog und Prisma, beide gefüllt mit absolutem Alkohol, hervorgebracht wurde, da die von Licht durchsetzten Flächen des Trogs nicht genau parallel zu einander standen. Die einzelnen vom Licht durchsetzten Glasflächen selbst waren gut planparallel, da sich im Fernrohr keine Ablenkung des Spaltbildes zeigte, wenn Trog und Prisma ungefüllt in den Gang der vom Kollimator kommenden Parallelstrahlen gebracht wurden. Trog und Prisma wurden darauf mit absolutem Alkohol gefüllt, der Kollimatorspalt mit *Na*-Licht beleuchtet und durch eine Reihe von Einstellungen die hervorgebrachte Ablenkung bestimmt. Natürlich wurde die Kante des etwas keilförmigen Troges der Drehaxe *O*, d. h. zugleich dem Spalt (Figur 4) parallel gestellt. Es zeigte sich dabei, daß die Kante des Troges und die brechende Kante des darin stehenden Hohlprismas nicht genau parallel waren, doch war die Differenz so gering, daß dies wohl ohne praktischen Einfluß auf die weiter unten aufgeführten Ablenkungen ist, wenn der Trog mit Alkohol und das Prisma mit Lösung gefüllt war. Die Temperatur wurde möglichst konstant gehalten durch Vorsetzen eines mit ziemlich konzentrierter Alaunlösung gefüllten Gefäßes vor den Spalt und sofortiges Abnehmen des Prismentisches nach jeder Einstellung. Die Temperatur betrug 16,3° bis 16,5° und wurde an dem in das Hohlprisma eingelassenen, in $^1/_5$° geteilten Thermometer abgelesen. Eine gleichmäßige geringe Änderung

1) Sieben, G., Wied. Ann. 8 S. 137 ff., 1879, oder Bonner Dissert. S. 1 ff., 1879 (Untersuchungen über die anom. Disp. des Lichtes).

der Temperatur im Trog und Hohlprisma ist jedoch ohne merklichen Einfluß auf die Ablenkung, wie folgende Rechnung zeigt.

Aus $n_m = \frac{\sin\frac{x+m}{2}}{\sin\frac{x}{2}} = 1 + \frac{m}{x}$ (wegen der kleinen Winkel) folgt:

$$\delta m = x\delta n_m = \frac{m}{n_m - 1}\delta n_m.$$

Da der Brechungsexponent von Alkohol sich bei Zimmertemperaturen um $\delta n_m = 0{,}00039$ bei 1^0 Temperaturdifferenz (für *Na*-Licht) ändert[1]) und bei $16{,}4^0$ der Brechungsexponent des Alkohols selbst $n_m = 1{,}36377$[2]) beträgt, da ferner die hervorgebrachte Ablenkung m nach meinen Messungen gleich 11″,02 betrug, so ergibt sich beim Einsetzen dieser Werte in obige Formel für 1^0 Temperaturdifferenz:

$\delta m = \frac{m}{n_m - 1}\delta n_m = 0''{,}0118$. Eine solche Änderung der Ablenkung liegt natürlich ganz innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Tabelle II (S. 54) gibt die einzelnen Einstellungen, welche gemacht wurden. Die erste Zeile in jeder Messung gibt die Stellung des Teilkreisnonius an, wenn die Marke *M* mit dem Spaltbild und dem Faden des Fernrohrs koinzidierte, ohne daß der Alkoholtrog eingeschaltet war — also die Grundstellung *OC'* in Fig. 4, von welcher ausgegangen wurde —, sowie ferner die dazu gehörige Stellung des Nonius, wenn das Fernrohr senkrecht auf den Spiegel gerichtet wurde. Die Differenz beider Stellungen liefert also den Reflexionswinkel φ_1 am „Cylinderspiegel". Die zweite Zeile bei jeder Messung gibt dieselben Größen bei zwischengeschaltetem Alkoholtrog und somit den Reflexionswinkel φ_2. Aus φ_2 und φ_1 berechnet sich dann nach Formel II (S. 23) die Ablenkung m. Der Radius des Cylinderspiegels und damit die Apparatkonstante $\frac{r}{A}$ waren ungeändert gelassen. Letztere hatte den auf S. 47 angegebenen Wert. Besonders die Einstellung der Marke *M* auf das Spaltbild wurde sehr sorgfältig gemacht, da ein hierbei gemachter Fehler sich ja,

1) Sieben, G., Wied. Ann. 8 S. 139, 1879.
2) l. c.

wie wir früher schon sahen (S. 24), direkt auf das Resultat überträgt, während das Einstellen des Okularfadens auf Marke und Spaltbild und bei Senkrechtstellen des Fernrohrs zum Spiegel auf sein eigenes Bild weniger genau zu sein braucht, da ein hierbei gemachter kleiner Einstellungsfehler des 34 fach vergrößernden Fernrohrs sich am Teilkreis, der ja die Winkel nur bis auf $^1/_2{}'$ genau abzulesen gestattet, nicht bemerkbar macht.

Tabelle II.

1)	$163^\circ 10'$	$122^\circ 11'$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 31'',46 - 1^\circ 20' 19'',36 = 12'',10$
	$163^\circ 25'$	$122^\circ 18',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 06',5$	
2)	$163^\circ 12'$	$122^\circ 11',5$	$\varphi_1 = 41^\circ 00'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 29'',85 - 1^\circ 20' 20'',98 = 8'',87$
	$163^\circ 25'$	$122^\circ 17',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 05',5$	
3)	$163^\circ 10',5$	$122^\circ 11',5$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 31'',46 - 1^\circ 20' 19'',36 = 12'',10$
	$163^\circ 25'$	$122^\circ 18',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 06',5$	
4)	$163^\circ 10',5$	$122^\circ 11',5$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 31'',46 - 1^\circ 20' 19'',36 = 12'',10$
	$163^\circ 24',5$	$122^\circ 18'$	$\varphi_2 = 41^\circ 06',5$	
5)	$163^\circ 12',5$	$122^\circ 12',5$	$\varphi_1 = 41^\circ 00'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 32'',26 - 1^\circ 20' 20'',98 = 11'',28$
	$163^\circ 26',5$	$122^\circ 19',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 07'$	
6)	$163^\circ 12'$	$122^\circ 12',5$	$\varphi_1 = 40^\circ 59',5$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 30'',65 - 1^\circ 20' 20'',17 = 10'',48$
	$163^\circ 24',5$	$122^\circ 18',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 06'$	
7)	$163^\circ 13',5$	$122^\circ 13'$	$\varphi_1 = 41^\circ 00',5$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 32'',26 - 1^\circ 20' 21'',78 = 10'',48$
	$163^\circ 27'$	$122^\circ 20'$	$\varphi_2 = 41^\circ 07'$	
8)	$163^\circ 10',5$	$122^\circ 11',5$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 31'',46 - 1^\circ 20' 19'',36 = 12'',10$
	$163^\circ 24',5$	$122^\circ 18'$	$\varphi_2 = 41^\circ 06',5$	
9)	$163^\circ 11'$	$122^\circ 12'$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 31'',46 - 1^\circ 20' 19'',36 = 12'',10$
	$163^\circ 24',5$	$122^\circ 18'$	$\varphi_2 = 41^\circ 06',5$	
10)	$163^\circ 10',5$	$122^\circ 11',5$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 30'',65 - 1^\circ 20' 19'',36 = 11'',29$
	$163^\circ 24',5$	$122^\circ 18',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 06'$	
11)	$163^\circ 12'$	$122^\circ 12',5$	$\varphi_1 = 40^\circ 59',5$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 29'',85 - 1^\circ 20' 20'',17 = 9'',68$
	$163^\circ 23'$	$122^\circ 17',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 05',5$	
12)	$163^\circ 10'$	$122^\circ 11'$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 30'',65 - 1^\circ 20' 19'',36 = 11'',29$
	$163^\circ 23',5$	$122^\circ 17',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 06'$	
13)	$163^\circ 10'$	$122^\circ 11'$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 29'',85 - 1^\circ 20' 19'',36 = 10'',49$
	$163^\circ 23'$	$122^\circ 17',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 05',5$	
14)	$163^\circ 11'$	$122^\circ 12'$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 29'',85 - 1^\circ 20' 19'',36 = 10'',49$
	$163^\circ 23'$	$122^\circ 17',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 05',5$	
15)	$163^\circ 10',5$	$122^\circ 11',5$	$\varphi_1 = 40^\circ 59'$	$m = \omega'' - \omega' = 1^\circ 20' 29'',85 - 1^\circ 20' 19'',36 = 10'',49$
	$163^\circ 24'$	$122^\circ 18',5$	$\varphi_2 = 41^\circ 05',5$	

Summa = 165'',34

Mittelwert $m = 11'',02$.

Als mittlerer Fehler einer Messung ergibt sich hieraus $\varepsilon = 1'',00$; als mittlerer Fehler des Resultats $E = 0'',26$.

4. Bestimmung der Brechungsexponenten der XI. und XII. verdünnten Lösung Siebens von Fuchsin in Alkohol für *Na*-Licht.

Nachdem so die durch Alkohol allein hervorgebrachte Ablenkung m bestimmt war, wurde nun der Brechnungsexponent für *Na*-Licht einer Lösung von Fuchsin in Alkohol bestimmt, welche Sieben[1]) untersucht hat, und zwar zunächst der XI. verdünnten Lösung Siebens. Es wurde zunächst die X. verdünnte Lösung Siebens hergestellt, doch da sie das *Na*-Licht schon stark absorbierte — das erste Maximum der Absorption für eine Lösung von Fuchsin in Alkohol liegt bei der Wellenlänge $\lambda = 560{,}5 \cdot 10^{-6}$ [2]), also nicht sehr weit von der Wellenlänge des *Na*-Lichts entfernt —, so wurde durch weiteres entsprechendes Verdünnen die XI. verdünnte Lösung Siebens hergestellt.

Nach Sieben[3]) war das spezifische Gewicht seiner zu Grunde gelegten Normallösung von Fuchsin in Alkohol gleich 0,810, das spezifische Gewicht des Alkohols gleich 0,803. Daraus folgt, wenn x das Volumen des in 1 ccm der Normallösung enthaltenen Fuchsins ist und das spezifische Gewicht des Fuchsins mit 1,220 in Rechnung gesetzt wird[4]), unter der Voraussetzung, daß keine Volumänderung beim Lösen eintritt: $0{,}810 = x \cdot 1{,}220 + (1 - x) \cdot 0{,}803$ und hieraus $x = 0{,}016787$ ccm, d. h. in 1 ccm Normallösung Siebens sind 0,016787 ccm = 0,02048 gr Fuchsin enthalten.

Da nach Sieben[5]) die X. verdünnte Lösung hergestellt wurde, indem 1 ccm Normallösung durch Zusatz von Alkohol auf

$$1 \cdot \frac{12{,}1}{9} \cdot \frac{11{,}3}{8{,}5} \cdot \frac{9{,}6}{7{,}1} \cdot \frac{8{,}6}{6{,}4} \cdot \frac{7{,}1}{5{,}3} \cdot \frac{5{,}6}{4{,}1} \cdot \frac{5{,}5}{3{,}3} \cdot \frac{4{,}1}{2{,}4} \cdot \frac{5{,}8}{3{,}5} \cdot \frac{8{,}1}{4{,}8} \text{ ccm}$$

= 47,311 ccm gebracht wurde, so waren also bei der X. verdünnten Lösung in 47,311 ccm Lösung 0,016787 ccm Fuchsin enthalten oder in 47,311 — 0,016787 = 47,29313 ccm Alkohol = 37,978 gr Alkohol waren 0,016787 ccm = 0,02048 gr Fuchsin enthalten. Um also die X. verdünnte Lösung Siebens herzu-

1) l. c. Tabelle S. 145 oder Dissert. S. 37.

2) Katz, Diss. Erlangen 1898, Verschiebung der Absorptionsstreifen in verschiedenen Lösungsmitteln.

3) Sieben, Diss. S. 36 und S. 34.

4) Rudorff, Wied. Ann. 6 S. 293, 1878.

5) Sieben, Diss. S. 30 und Tabelle S. 37.

stellen, löste ich in 100 gr absolutem Alkohol $\frac{0{,}02048 \cdot 100}{37{,}978} = 0{,}054$ gr Fuchsin. Aus dieser Lösung wurde durch Zusatz von Alkohol im Volumverhältnis 38 : 37 die XI. verdünnte Lösung Siebens hergestellt[1]), und mit ihr das Hohlprisma gefüllt, während der Trog Alkohol enthielt. Gemessen wurde der Brechungsexponent für *Na*-Licht. Die Temperatur betrug 16,5°—16,8°. Im übrigen war alles ebenso wie oben bei Füllung von Trog und Prisma mit Alkohol. Es wurden 12 Messungen der eintretenden Ablenkung D' gemacht, deren Ergebnisse folgende Tabelle III zeigt, welche im übrigen ebenso wie Tabelle II angeordnet ist.

Tabelle III.

1)	162°59′	122°06′	$\varphi_1 = 40°53'$	$D' = \omega'' - \omega' \doteq 1°20'53'',17 - 1°20'09'',67 = 43'',50$
	163°51′	122°31′	$\varphi_2 = 41°20'$	
2)	163°00′	122°06′,5	$\varphi_1 = 40°53',5$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'53'',17 - 1°20'10'',48 = 42'',69$
	163°52′	122°32′	$\varphi_2 = 41°20'$	
3)	163°02′	122°07′,5	$\varphi_1 = 40°54',5$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'55'',57 - 1°20'12'',10 = 43'',47$
	163°56′	122°34′,5	$\varphi_2 = 41°21',5$	
4)	163°02′	122°07′,5	$\varphi_1 = 40°54',5$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'53'',97 - 1°20'12'',10 = 41'',87$
	163°53′	122°32′,5	$\varphi_2 = 41°20',5$	
5)	163°02′	122°07′,5	$\varphi_1 = 40°54',5$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'54'',77 - 1°20'12'',10 = 42'',67$
	163°55′	122°34′	$\varphi_2 = 41°21'$	
6)	163°02′,5	122°07′,5	$\varphi_1 = 40°55'$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'54'',77 - 1°20'12'',90 = 41'',87$
	163°53′,5	122°32′,5	$\varphi_2 = 41°21'$	
7)	163°01′	122°07′	$\varphi_1 = 40°54'$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'55'',57 - 1°20'11'',29 = 44'',28$
	163°55′	122°33′,5	$\varphi_2 = 41°21',5$	
8)	163°02′	122°07′,5	$\varphi_1 = 40°54',5$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'57'',18 - 1°20'12'',10 = 45'',08$
	163°57′,5	122°35′	$\varphi_2 = 41°22',5$	
9)	163°01′	122°07′	$\varphi_1 = 40°54'$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'57'',18 - 1°20'11'',29 = 45'',89$
	163°57′,5	122°35′	$\varphi_2 = 41°22',5$	
10)	163°01′	122°07′	$\varphi_1 = 40°54'$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'54'',77 - 1°20'11'',29 = 43'',48$
	163°54′,5	122°33′,5	$\varphi_2 = 41°21'$	
11)	163°03′,5	122°08′,5	$\varphi_1 = 40°55'$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'57'',18 - 1°20'12'',90 = 44'',28$
	163°58′,5	122°36′	$\varphi_2 = 41°22',5$	
12)	163°02′	122°07′,5	$\varphi_1 = 40°54',5$	$D' = \omega'' - \omega' = 1°20'54'',77 - 1°20'12'',10 = 42'',67$
	163°54′,5	122°33′,5	$\varphi_2 = 41°21'$	

Summa = 521'',75

Mittel $D' = 43'',48$

Mittlerer Fehler einer Messung: 1'',23
Mittlerer Fehler des Resultats: 0'',36

6) l. c.

Die Berechnung des Brechungsexponenten n_{lm} der XI. verdünnten Lösung Siebens gegen Alkohol ergibt sich jetzt aus Formel IV, S. 51. Wir hatten gefunden

für a den Wert 24°59'55",8
„ D' „ „ 43",48
„ m „ „ 11",02

Der Brechungsexponent n_m von Alkohol beträgt für *Na*-Licht bei 16,5°: 1,36373[1]).

Daher ist für die XI. verdünnte Lösung Siebens

$$n_{lm} = \frac{\sin \frac{a + \frac{D' - m}{n_m}}{2}}{\sin \frac{a}{2}} = 1{,}0002601.$$

Um diesen Wert mit dem Resultat Siebens, dessen Messungen bei 17,4° vorgenommen wurden, zu vergleichen, ist Folgendes zu bemerken. Da, wie wir oben (S. 53) sahen, die Ablenkung m bei Füllung von Trog und Prisma mit Alkohol für 1° Temperaturdifferenz sich nur unmerklich ändert, da ferner die XI. verdünnte Lösung Siebens von so starker Verdünnung ist, daß ihr Temperaturgang d. h. die Änderung ihres Brechungsexponenten gegen Luft für 1° Temperaturdifferenz sich von dem des Alkohols nicht merklich unterscheidet[2]) und somit auch die Ablenkung D' (hervorgebracht bei Füllung des Prismas mit Lösung, des Troges mit Alkohol) für 1° Temperaturdifferenz sich nur unmerklich ändert, so ist auch der aus D' und m (gemessen bei etwa 16,5°) berechnete Brechungsexponent n_{lm} der Lösung gegen Alkohol von 1° Temperaturdifferenz unabhängig und gilt somit auch für die Temperatur von 17,4°, bei welcher Siebens Messungen vorgenommen wurden. Er hat die Brechungexponenten seiner Lösungen gegen Luft bestimmt. Aus seinen Werten für den Brechungsexponenten der XI. verdünnten Lösung von Fuchsin in Alkohol (für *Na*-Licht) und den Brechungsexponenten von Alkohol[3])

1) Sieben, Wied. Ann. 8 S. 139, 1879.

2) Vergl. Sieben, Wied. Ann. 8 S. 139 (Tabelle), 1879, und 23 S. 341 (Tabelle XXI), 1884.

3) Sieben, Wied. Ann. 8 S. 145 (Tabelle), 1879, oder Diss. S. 37, 1884.

ergibt sich für den Brechungsexponenten der Lösung gegen Alkohol:

$$n_{lm} = \frac{1{,}36364}{1{,}36332} = 1{,}0002346.$$

Der Vergleich mit meinem Resultat zeigt eine Differenz von etwa 2½ Einheiten der 5. Dezimale, welche leicht erklärlich ist, da Siebens Werte nach seiner Angabe[1]) auf 2—3 Einheiten der 5. Dezimale genau sind, während bei meinen Messungen eine viel größere Genauigkeit vorliegt, wie die auf S. 59 aufgestellte Fehlerrechnung zeigt.

Es wurde weiterhin noch die XII. verdünnte Lösung Siebens von Fuchsin in Alkohol, hergegestellt durch Zusatz von Alkohol zur XI. Lösung im Verhältnis 1 : 1[2]) und ihr Brechungsexponent gegen Alkohol für *Na*-Licht bestimmt. Die Temperatur betrug 18,5°—18,7°. Tabelle IV gibt die 10 Messungen, welche gemacht wurden:

Tabelle IV.

XII. verdünnte Lösung Siebens von Fuchsin in Alkohol.

1)	163°02′	122°09′	$\varphi_1 = 40°53'$	$D' = 1°20'36'',29 - 1°20'09'',67 = 26'',62$
	163°36′	122°26′,5	$\varphi_2 = 41°09',5$	
2)	163°01′	122°09′	$\varphi_1 = 40°52'$	$D' = 1°20'37'',09 - 1°20'08'',06 = 29'',03$
	163°36′,5	122°26′,5	$\varphi_2 = 41°10'$	
3)	163°03′	122°10′	$\varphi_1 = 40°53'$	$D' = 1°20'34'',68 - 1°20'09'',67 = 25'',01$
	163°33′	122°24′,5	$\varphi_2 = 41°08',5$	
4)	163°01′,5	122°09′	$\varphi_1 = 40°52',5$	$D' = 1°20'37'',09 - 1°20'08'',86 = 28'',23$
	163°36′	122°26′	$\varphi_2 = 41°10'$	
5)	163°02′	122°08′,5	$\varphi_1 = 40°53',5$	$D' = 1°20'34'',68 - 1°20'10'',48 = 24'',20$
	163°35′	122°26′,5	$\varphi_2 = 41°08',5$	
6)	163°02′	122°09′	$\varphi_1 = 40°53'$	$D' = 1°20'33'',07 - 1°20'09'',67 = 23'',40$
	163°32′	122°24′,5	$\varphi_2 = 41°07',5$	
7)	163°03′,5	122°10′	$\varphi_1 = 40°53',5$	$D' = 1°20'39'',51 - 1°20'10'',48 = 29'',03$
	163°39′	122°27′,5	$\varphi_2 = 41°11',5$	
8)	163°03′,5	122°10′	$\varphi_1 = 40°53',5$	$D' = 1°20'38'',70 - 1°20'10'',48 = 28'',22$
	163°38′	122°27′	$\varphi_2 = 41°11'$	
9)	163°02′	122°09′,5	$\varphi_1 = 40°52',5$	$D' = 1°20'36'',29 - 1°20'08'',86 = 27'',43$
	163°36′	122°26′,5	$\varphi_2 = 41°09',5$	
10)	163°03′,5	122°10′	$\varphi_1 = 40°53',5$	$D' = 1°20'39'',51 - 1°20'10'',48 = 29'',03$
	163°39′	122°27′,5	$\varphi_2 = 41°11'.5$	

Summa = 270'',20

Mittel D' = 27'',02

Mittlerer Fehler einer Messung: 2'',12

Mittlerer Fehler des Resultats: 0'',67.

1) Sieben, Diss. S. 31 unten, 1884.

2) Sieben, Diss. S. 37 unten, 1884.

Setzt man in Formel IV S. 51 für D' diesen Wert, für n_m den Wert 1,36292[1]) (bei 18,6°), für a und m dieselben Werte wie bei der XI. verdünnten Lösung Siebens (S. 57 oben) ein, so ergibt sich für den Brechungsexponenten der XII. verdünnten Lösung Siebens von Fuchsin in Alkohol (für *Na*-Licht) gegen Alkohol:

$$n_{lm} = 1{,}0001285$$

Dieser Wert stimmt mit dem aus Siebens Messungen berechneten Wert[2]) von $n_{lm} = 1{,}0001246$ gut überein.

VI. Fehlerrechnung.

Für die Berechnung der Genauigkeit der gemessenen Brechungsexponenten gilt Folgendes:

Setzen wir in Formel IV S. 51

$$\frac{D' - m}{n_m} = \varepsilon, \text{ so ist } n_{lm} = \frac{\sin\frac{a+\varepsilon}{2}}{\sin\frac{a}{2}},$$

also, da der Einfluß eines Fehlers von a auf n_{lm} verschwindet, wie wir oben (S. 53) gesehen haben:

$$\delta n_{lm} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos\frac{a+\varepsilon}{2}}{\sin\frac{a}{2}} \cdot \delta\varepsilon$$

In dem Argument des cos kann das gegen a sehr kleine ε vernachlässigt werden, sodaß also

(Formel V) $$\delta n_{lm} = \frac{1}{2} \operatorname{cotg}\frac{a}{2} \delta\varepsilon$$

ist. Nun ist $\delta\varepsilon = \frac{\delta(D' - m)}{n_m} - \frac{D' - m}{n_m^2} \delta n_m$ und daher der mittlere Fehler von ε:

(Formel VI) $$\sqrt{\left(\frac{\delta(D' - m)}{n_m}\right)^2 + \left(\frac{D' - m}{n_m^2} \delta n_m\right)^2}.$$

1) Sieben, Wied. Ann. 8 S. 139, 1879.

2) Sieben, Wied. Ann. 8 S. 145 (Tabelle), 1879, oder Diss. S. 37, 1884.

Für die Messung des Brechungsexponenten der XI. verdünnten Lösung Siebens galten nun folgende Werte:

$$D' = 43'',48; \quad m = 11'',02.$$

Mittlerer Fehler von D': $0'',36$; mittlerer Fehler von m: $0'',26$. Daher ist der mittlere Fehler von $D' - m = \sqrt{0'',36^2 + 0'',26^2} = 0'',444 = \delta(D' - m)$. Ferner ist $n_m = 1{,}36373$ für $16{,}5^0$ und $\delta n_m = 0{,}0001$ etwa (für $0{,}25^0$ Temperaturschwankung)[1]. Dies alles in Formel VI eingesetzt, ergibt für den mittleren Fehler von ε den Wert 0,0000016 (im Bogenmaß) und somit nach Formel V

$$\delta n_{lm} = \frac{1}{2} \operatorname{cotg} \frac{a}{2} \delta\varepsilon = 0{,}0000036.$$

Dies ist der mittlere Fehler von n_{lm}; der wahrscheinliche ist demnach = 0,0000024.

Für die Messung des Brechungsexponenten der XII. verdünnten Lösung Siebens ergibt sich beim Einsetzen der entsprechenden Werte ein mittlerer Fehler für n_{lm} von 0,0000055 und somit ein wahrscheinlicher Fehler von 0,0000037.

Die erzielte Genauigkeit ist also eine sehr große und zwar vor allem wohl dank der Stärke des benutzten Fernrohrs.

---

1) Sieben, Wied. Ann. 8 S. 139 (Tabelle), 1879.

F. Schlußbetrachtung.

Weitere Messungen wurden mit dem Apparat nicht gemacht, da nur beabsichtigt war seine Verwendbarkeit zur Messung kleiner Ablenkungen festzustellen. Doch möchte ich nicht unterlassen auf einen Umstand hinzuweisen, der eine nur beschränkte Verwendbarkeit des von mir benutzten Apparates gestattet. Bei Beleuchtung des Spaltes mit anderm als dem zur Justierung und Aufstellung der Linsen und Marke benutzten *Na*-Licht fallen nämlich wegen der mangelhaften Achromasie der Linsen das von L_4 (Fig. 4) entworfene Spaltbild und die Marke M nicht mehr ganz zusammen und erscheinen daher nicht beide gleichzeitig ganz scharf im Fernrohr, sondern jedes von beiden nur bei einer besondern Stellung des Okulars. Daher dürfte sich der Apparat wohl besser zur Messung von Brechungsexponenten von Gasen nach der prismatischen Methode eignen, bei denen von der Dispersion abgesehen werden kann. Doch wird sich der Apparat bei Anwendung guter achromatischer Linsen auch für andersfarbiges Licht verwendbar machen lassen.

Figurennachweis.

Figur	1	ad	pag.	7
„	2	„	„	8
„	3	„	„	13
„	4	„	„	21
„	5	„	„	23
„	6	„	„	22
„	6a	„	„	41
„	6b	„	„	41
„	7	„	„	25
„	8	„	„	26
„	8a	„	„	35
„	9	„	„	28
„	10	„	„	39
„	11	„	„	40
„	12	„	„	49
„	13	„	„	50
„	14	„	„	45

Fig. 1.

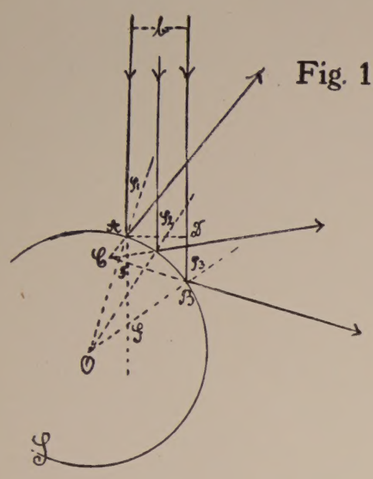


Fig. 2.

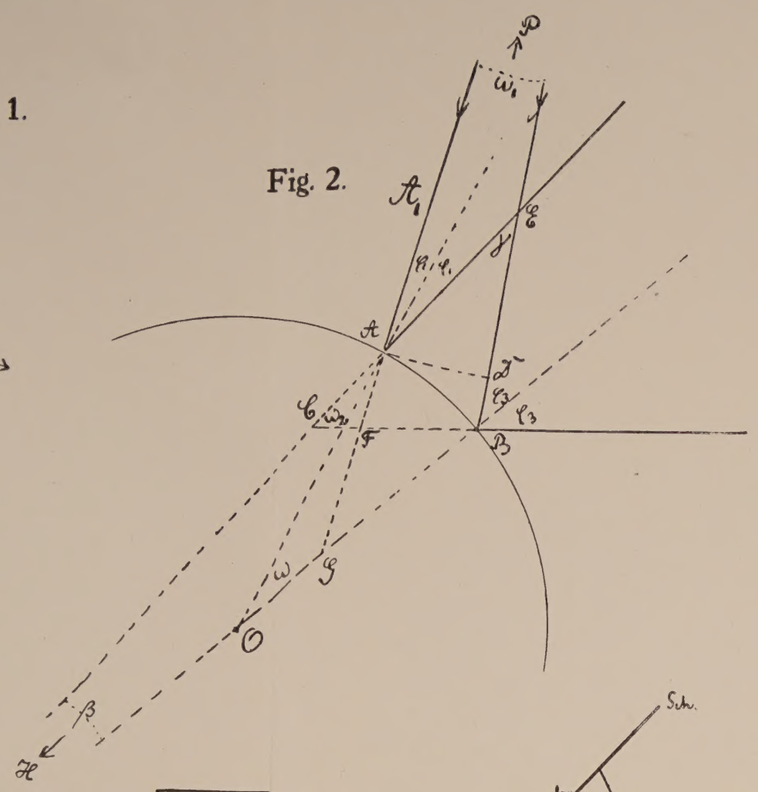


Fig. 3.

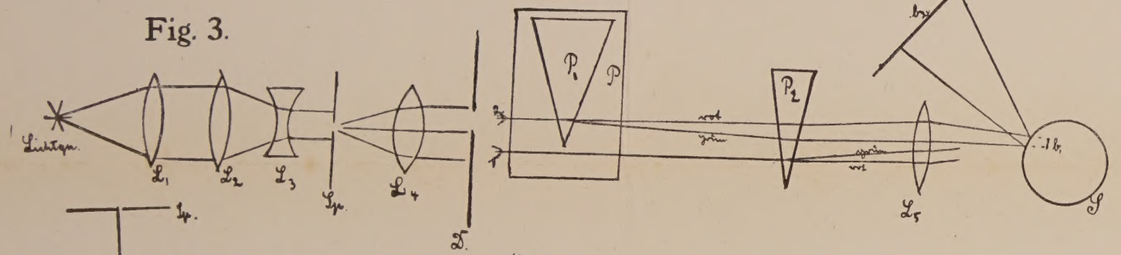


Fig. 4.

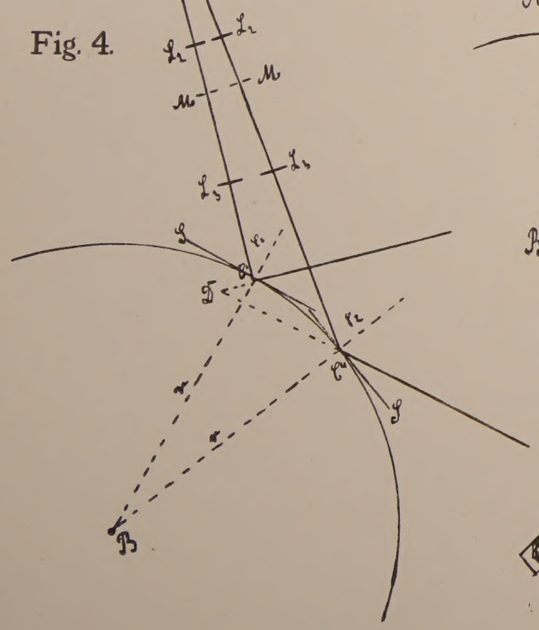


Fig. 5.

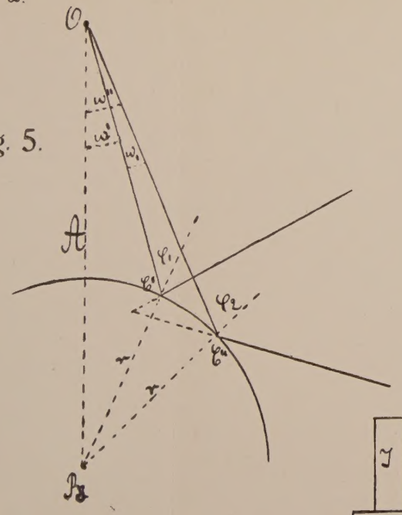


Fig. 6.

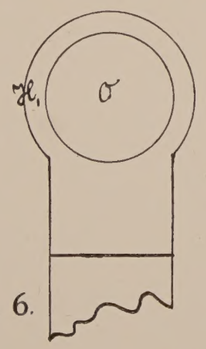


Fig. 6a

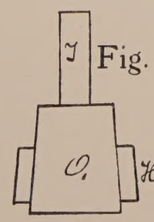


Fig. 6b.

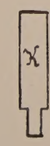


Fig 7.

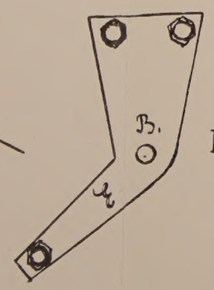


Fig. 8.

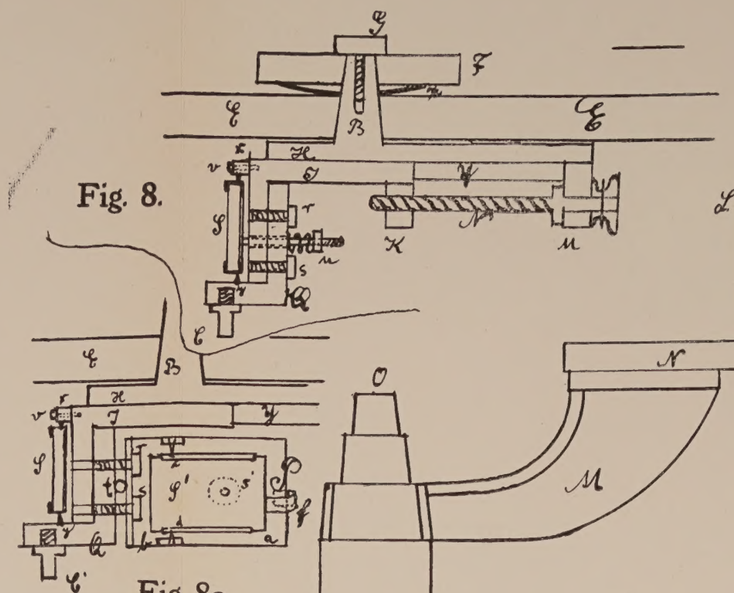


Fig. 8a.

Fig. 9.

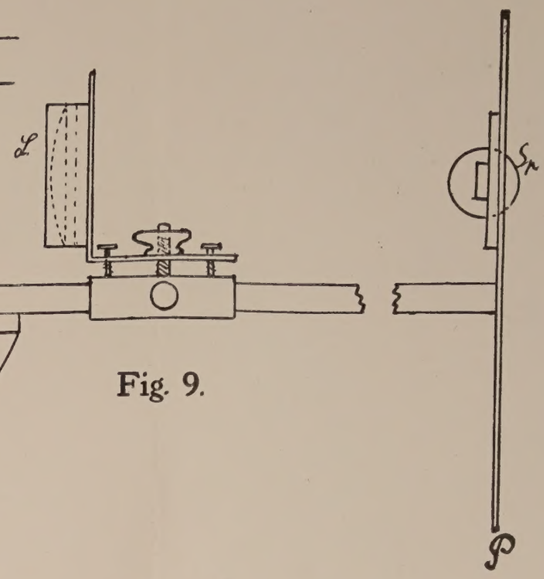


Fig. 10.

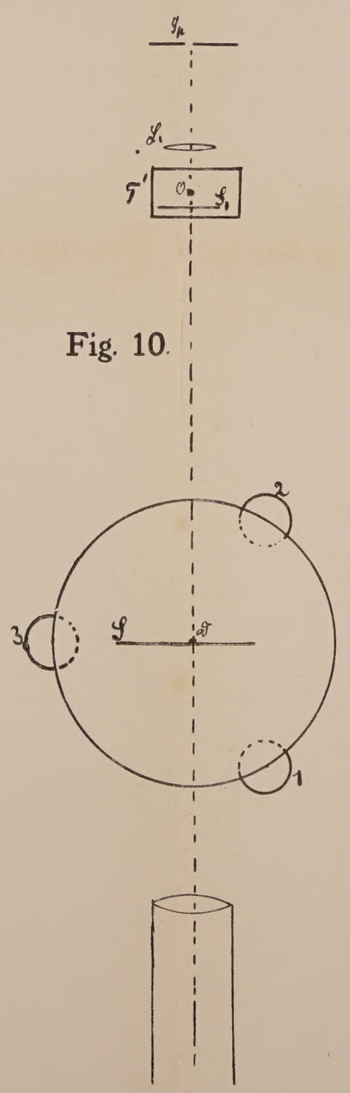


Fig. 11.

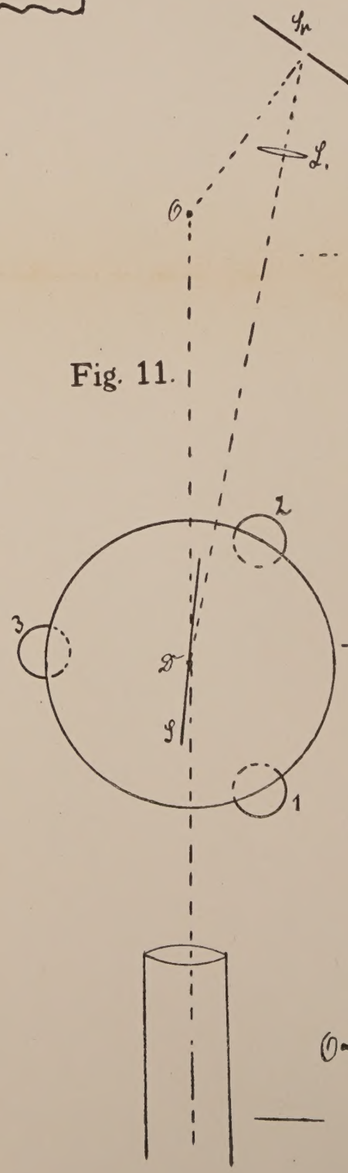


Fig. 12.

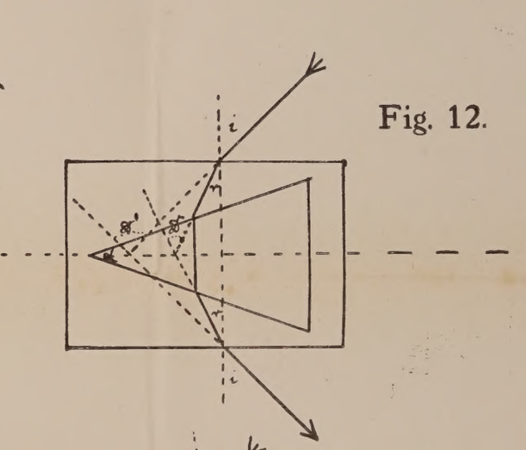


Fig. 13.

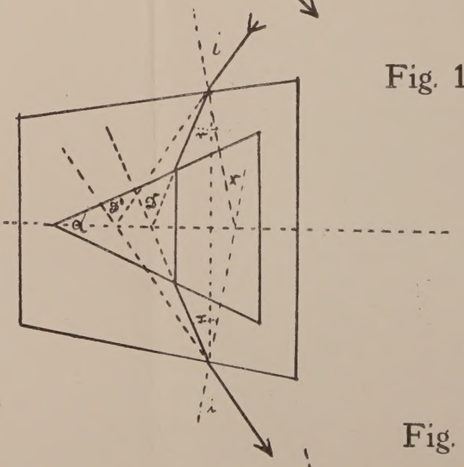
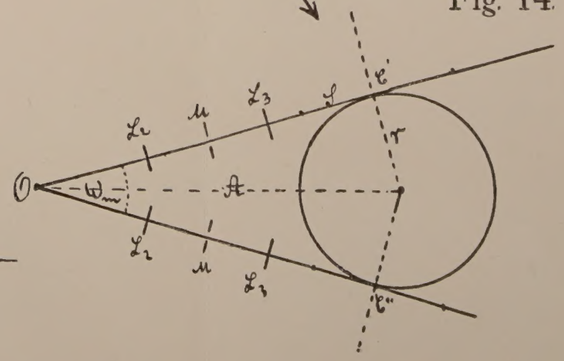


Fig. 14.



An dieser Stelle möchte ich meinen hochverehrten Lehrern

Herrn Prof. Dr. W. Feußner,

unter dessen Leitung die Arbeit angefertigt wurde, für seine dauernde liebenswürdige Unterstützung, sowie

Herrn Prof. Dr. F. Richarz

für die Anregung zu vorliegender Arbeit und das mir stets entgegengebrachte Wohlwollen meinen ergebensten Dank aussprechen.

Lebenslauf.

Am 29. November 1887 wurde ich, Robert Scheld, als Sohn des damaligen Ingenieurs, jetzigen Fabrikdirektors Gottfried Scheld in Kassel geboren. Ich bin evangelischen Bekenntnisses und preußischer Staatsangehörigkeit. Nach dreijährigem Besuch der Vorschule zu Kassel trat ich Ostern 1897 in die Sexta des Realgymnasiums daselbst ein, welches ich Ostern 1906 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Ich studierte von Ostern 1906 bis Ostern 1907 Bauingenieurwesen an der technischen Hochschule zu Charlottenburg, von Ostern 1907 bis jetzt Physik, Mathematik, Chemie und Mineralogie an den Universitäten zu Berlin (Ostern 1907 bis Ostern 1908) und Marburg (Ostern 1908 bis jetzt),

Meine akademischen Lehrer. denen ich mich zu großem Dank verpflichtet fühle, waren: in Charlottenburg: Boost, Hettner; in Berlin: Börnstein, Dessoir, Lasson, Schwarz, Weinstein, Wölfflin; in Marburg: Andrée, Bauer, Bock, v. Dalwigk, Feußner, Flade, Fries, Hellinger, Hensel, Jung, Kayser, Menzer, Natorp, Neumann, Richarz, Schaum, Schulze, Schwantke, Schwarz, Take, Zincke.

Das Rigorosum bestand ich am 11. Juni 1913. In der folgenden Zeit bereitete ich mich in Marburg und Cassel zum Staatsexamen vor.